Test 3 im WS99/00

In allen Aufgaben sei K ein Körper.

T1) Seien $A, A' \in K^{n\times n}$. Wenn A' aus A durch elementare Zeilenumformungen entsteht, dann gilt

$\det(A') = \det(A)$	☐ Ja	☐ Nein
$\det(A') = \pm\det(A)$	☐ Ja	☐ Nein
$\det(A) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \det(A') = 0$	☐ Ja	☐ Nein

T2) Für $A, B \in K^{n\times n}$ und $s \in K$ gilt:

$\det(A+B) = \det(A) + \det(B)$	☐ Ja	☐ Nein
$\det(s \cdot A) = s \cdot \det(A)$	☐ Ja	☐ Nein
$\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$	☐ Ja	☐ Nein

T3) (Ergebnis eintragen). Für $s \in K$ ist $\det\left(\begin{bmatrix} s & s & s \\ s & s & s \\ s & s & s \end{bmatrix}\right) \quad = \quad$ ☐

T4) Sei $A \in K^{n\times n}$ mit $\det(A) = 0$ und $b \in K^{n\times 1}$. Dann ist das Gleichungssystem $Ax = b$

– nur lösbar für $b = \underline{0}$.	☐ Ja	☐ Nein
– für jedes b lösbar, aber nicht eindeutig.	☐ Ja	☐ Nein
– für manche b lösbar, aber für kein b eindeutig lösbar.	☐ Ja	☐ Nein

T5) Ein lineares Gleichungssystem mit 3 Gleichungen und 5 Unbekannten über $\mathbb{F}_2$

– ist stets lösbar.	☐ Ja	☐ Nein
– ist nie eindeutig lösbar.	☐ Ja	☐ Nein
– kann genau 4 Lösungen haben.	☐ Ja	☐ Nein
– kann genau 2 Lösungen haben.	☐ Ja	☐ Nein

T6) Sei $B \in K^{3\times 2}$, $C \in K^{2\times 3}$ und $A = BC$. Dann gilt:

$\det(A) = \det(B) \cdot \det(C)$	☐ Ja	☐ Nein
$\det(A)$ ist nicht definiert	☐ Ja	☐ Nein
$\det(A) = 0$	☐ Ja	☐ Nein

T7) Seien $f, g \in K[X]$ Polynome und sei f vom Grad $n > 0$. Dann gilt:

$fg = 0 \quad \Rightarrow \quad g = 0$	☐ Ja	☐ Nein
für $A \in K^{2\times 2}$ mit $f \cdot g(A) = 0$ ist $g(A) = 0$	☐ Ja	☐ Nein
$\mathrm{Grad}(f \cdot g) = \mathrm{Grad}(f) \cdot \mathrm{Grad}(g)$, falls $g \neq 0$	☐ Ja	☐ Nein
$K[X] \ni X - a \neq 0$ für jedes $a \in K$	☐ Ja	☐ Nein

T8) Sei $A \in \mathbb{Q}^{10\times 10}$ mit $A^6 = E_{10}$.

Dann ist $\det(A) = 1$.	☐ Ja	☐ Nein

Der Rang von A ist ☐

Auswertung: Richtige Antwort 1 Punkt, keine Antwort 0 Punkte, falsche Antwort −1 Punkt.