

Test 3 im WS99/00

In allen Aufgaben sei K ein Körper.

T1) Seien $A, A' \in K^{n \times n}$. Wenn A' aus A durch elementare Zeilenumformungen entsteht, dann gilt

- | | | |
|--|--|--|
| $\det(A') = \det(A)$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $\det(A') = \pm \det(A)$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $\det(A) = 0 \Leftrightarrow \det(A') = 0$ | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |

T2) Für $A, B \in K^{n \times n}$ und $s \in K$ gilt:

- | | | |
|-------------------------------------|--|--|
| $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $\det(s \cdot A) = s \cdot \det(A)$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$ | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |

T3) (Ergebnis eintragen). Für $s \in K$ ist $\det \left(\begin{bmatrix} s & s & s \\ s & s & s \\ s & s & s \end{bmatrix} \right) =$ 0

T4) Sei $A \in K^{n \times n}$ mit $\det(A) = 0$ und $b \in K^{n \times 1}$. Dann ist das Gleichungssystem $Ax = b$

- | | | |
|--|--|--|
| – nur lösbar für $b = \underline{0}$. | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| – für jedes b lösbar, aber nicht eindeutig. | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| – für manche b lösbar, aber für kein b eindeutig lösbar. | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |

T5) Ein lineares Gleichungssystem mit 3 Gleichungen und 5 Unbekannten über \mathbb{F}_2

- | | | |
|--------------------------------|--|--|
| – ist stets lösbar. | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| – ist nie eindeutig lösbar. | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| – kann genau 4 Lösungen haben. | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| – kann genau 2 Lösungen haben. | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |

T6) Sei $B \in K^{3 \times 2}$, $C \in K^{2 \times 3}$ und $A = BC$. Dann gilt:

- | | | |
|-----------------------------------|--|--|
| $\det(A) = \det(B) \cdot \det(C)$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $\det(A)$ ist nicht definiert | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $\det(A) = 0$ | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |

T7) Seien $f, g \in K[X]$ Polynome und sei f vom Grad $n > 0$. Dann gilt:

- | | | |
|---|--|--|
| $fg = 0 \Rightarrow g = 0$ | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| für $A \in K^{2 \times 2}$ mit $f \cdot g(A) = 0$ ist $g(A) = 0$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $\text{Grad}(f \cdot g) = \text{Grad}(f) + \text{Grad}(g)$, falls $g \neq 0$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $K[X] \ni X - a \neq 0$ für jedes $a \in K$ | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |

T8) Sei $A \in \mathbb{Q}^{10 \times 10}$ mit $A^6 = E_{10}$.

Dann ist $\det(A) = 1$. Ja Nein

Der Rang von A ist 10

Auswertung: Richtige Antwort 1 Punkt, keine Antwort 0 Punkte, falsche Antwort –1 Punkt.