Graduiertenkolleg

Experimentelle und konstruktive Algebra

Kolloquiumsvortrag

Donnerstag, 9. Juli 2015, 14:00 Uhr bis 15:30 Uhr, Hörsaal III

Niclas Kruff: ***Ore-Lokalisierung mit Anwendungen in der D-Modultheorie***

Sei K ein Körper der Charakteristik Null und sei

$$D_{n,a}^{loc} := K\left[x_1, ..., x_n\right]_{\mathfrak{m}_a} \left\langle \partial_1, ..., \partial_n \mid \partial_i \cdot f = f \cdot \partial_i + \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle$$

die n-te lokalisierte Weyl-Algebra, mit dem maximalen Ideal $\mathfrak{m}_a := \langle x_1 - a_1, ..., x_n - a_n \rangle$ und $a_i \in K$. Für eine globale Variable s definiere $D_{n,a}^{loc}[s] := D_n^{loc} \otimes_K K[s]$. Es ist bewiesen, dass zu einem Polynom $f \in K[x_1, ..., x_n]$ ein eindeutig bestimmtes, normiertes Polynom $0 \neq b_{f,a} \in K[s]$ existiert mit der Eigenschaft $\left\{p \in K[s] \mid \exists P \in D_{n,a}^{loc}[s] : P \cdot f^{s+1} = p(s) \cdot f^s\right\} = \langle b_{f,a}(s) \rangle_{K[s]}$. Dieses Polynom nennt man das lokale Bernstein-Sato Polynom im Punkt $a \in K^n$.
In meinem Vortrag werde ich eine Möglichkeit vorstellen, mit der getestet werden kann, ob eine komplexe Zahl β die Gleichung $b_{f,a}(\beta) = 0$ erfüllt, ohne das Polynom $b_{f,a}(s)$ zu bestimmen. Es kann ohne Einschränkung angenommen werden, dass $\beta = 0 = a_i$ ist für alle i. Die Idee besteht darin die Variable s als eine lokale Variable aufzufassen, und in der Produktlokalisierung $K[x_1, ..., x_n, s]\, T^{-1}$ zu arbeiten, mit

$$T := \{p \in K[x_1, ..., x_n, s] \mid \exists q \in K[x_1, ..., x_n],\ r \in K[s] : \ p = q \cdot r,\ p(0) \neq 0\}.$$

Es hat sich herausgestellt, dass es ausreicht in der Lokalisierung $K[x_1, ..., x_n]_{\langle x_1, ..., x_n, s\rangle}$ zu rechnen. Dieses Resultat werde ich in diesem Vortrag näher beleuchten.

Ruwen Hollenbach: ***Abzählungen verschiedener invertierbarer Matrizen über endlichen Körpern***

In meinem Vortrag am 09.07.15 präsentiere ich die Schlüsselelemente meiner Masterarbeit, in der ich verschiedene Typen invertierbarer Matrizen über einem endlichen Körper F_q abgezählt habe. F_q bezeichnet einen endlichen Körper mit q Elementen, wobei q eine Primzahlpotenz ist. Genauer wurden dort diagonalisierbare / jordan-normalisierbare/ halbeinfache Konjugationsklassen (d.h Konjugationsklassen mit diagonalisierbarem/ etc. Element) abgezählt und danach Asymptotiken für die Anzahl der diagonalisierbaren/ jordan-normalisierbaren/ halbeinfachen Matrizen aufgestellt. Die Abzählung der verschiedenen Klassen wird durch den Satz über endlich erzeugte Moduln über Hauptidealringen auf handhabbare kombinatorische Abzählprobleme zurückgeführt, welche dann mit Hilfe erzeugender Funktionen gelöst werden. Für die Bestimmung der Asymptotiken nutzen wir, dass die Menge der diagonalisierbaren / etc. Matrizen einfach die Vereinigung der paarweise verschiedenen diagonalisierbaren/ etc. Klassen ist. Die Größen der verschiedenen Konjugationsklassen lassen sich sehr einfach bestimmen und man sieht ebenso einfach, dass es sich bei diesen Größen um Polynome in q handelt. Damit ist auch die Menge der diagonalisierbaren/ etc. Matrizen ein Polynom und um die gewünschte Asymptotiken zu bestimmen, muss man nur noch den Leitterm dieses Polynoms untersuchen.

Wir laden alle Interessierten herzlich ein.