Graduiertenkolleg

Experimentelle und konstruktive Algebra

Kolloquiumsvortrag

Dienstag, 20. Juni 2017, 14:00 Uhr, SeMath

Johannes Nüssle (Lehrstuhl D für Mathematik):
Lokaler Abschluss in Ore-Algebren

In der ersten Weyl-Algebra $W_1 := K\langle x, \partial \mid \partial x = x\partial + 1\rangle$ (tatsächlich allgemeiner in der n-ten Weyl-Algebra W_n) wird der Weyl-Abschluss $\mathrm{Cl}(I)$ eines Ideals $I \subseteq W_1$ definiert als

$$\mathrm{Cl}(I) := K[x]^{-1} I \cap W_1.$$

Fasst man W_1 als Raum von Differentialoperatoren auf einem geeigneten Raum holomorpher Funktionen auf, dann ist $\mathrm{Cl}(I)$ der Annihilator der Lösungsmenge von I, d.h. das größte Ideal in W_1, das die gleiche Lösungsmenge wie I hat. Insofern übernimmt der Weyl-Abschluss in der Theorie der linearen ODEs mit polynomialen Koeffizienten eine ähnliche Rolle wie das Radikal eines Ideals in der algebraischen Geometrie.

Zur Berechnung des Weyl-Abschlusses existiert ein Algorithmus, der allerdings auf die spezifische Struktur der Weyl-Algebra ausnutzt. Geht man also nun von polynomiellen zu allgemeineren Koeffizienten über und ersetzt W_1 durch eine Ore-Erweiterung $K[x_1, \ldots, x_n][\partial; \mathrm{id}, \delta]$ mit einer Derivation δ, so kann der Algorithmus nicht ohne weiteres verallgemeinert werden.

In diesem Vortrag soll ein Algorithmus vorgestellt werden, wie in dieser Situation zumindest eine schwächere Version eines lokalen Abschlusses eines Hauptideals, d.h.

$$\frac{1}{p} K[x_1, \ldots, x_n][\partial; \mathrm{id}, \delta] f \cap K[x_1, \ldots, x_n][\partial; \mathrm{id}, \delta]$$

für ein Element $p \in K[x_1, \ldots, x_n]$ und ein Element $f \in K[x_1, \ldots, x_n][\partial; \mathrm{id}, \delta]$ berechnet werden kann. Dieser hat einen engen Zusammenhang mit dem eigentlichen lokalen Abschluss

$$\{p^{-k} | k \in \mathbb{N}\} K[x_1, \ldots, x_n][\partial; \mathrm{id}, \delta] f \cap K[x_1, \ldots, x_n][\partial; \mathrm{id}, \delta].$$

Wir laden alle Interessierten herzlich ein.