

Test 1 im WS99/00

T1) Sei K ein Körper und V ein K -Vektorraum. Dann gilt:

| | | |
|--|--|--|
| $V = \{v + w \mid v \in V \text{ und } w \in V\}$ | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| $V \times V = \{v + w \mid v \in V \text{ und } w \in V\}$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $K \times V = \{s \cdot v \mid s \in K \text{ und } v \in V\}$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |

T2) Seien K, V wie in T1), U ein Teilraum von V und $u, v \in V$. Dann gilt:

| | | |
|---|--|--|
| $u, v \in U \implies u + v \in U$ | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| $u, v \notin U \implies u + v \notin U$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $u \in U, v \notin U \implies u + v \notin U$ | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| $s \in K, u \notin U \implies s \cdot u \notin U$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $u \in U, v \notin U \implies u + v \in U$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |

T3) Sind die folgenden Teilmengen auch Teilräume des \mathbb{R} -Vektorraumes \mathbb{R}^3 ?

| | | |
|---------------------------------------|--|--|
| $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $\{(x, x, x) \mid x \in \mathbb{R}\}$ | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| $\{(x, 1, 0) \mid x \in \mathbb{R}\}$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $\{(0, 0, 0)\}$ | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| \emptyset | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |

T4) Sei V ein Vektorraum.

| | | |
|--|--|--|
| Ist U Teilraum von V , so ist stets $V \setminus U$ auch Teilraum. | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| Es gibt einen Teilraum U von V , so dass $V \setminus U$ auch Teilraum ist. | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| Es gibt keinen Teilraum U von V , so dass $V \setminus U$ auch Teilraum ist. | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |

T5) Sei V ein Vektorraum. $X \subseteq V$ ist genau dann linear unabhängig, wenn

| | | |
|---|-----------------------------|--|
| – für jedes $v \in X$ gilt $v \in \langle X \setminus \{v\} \rangle$. | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| – $0 \in \langle X \rangle$. | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| – es ein $v \in V$ gibt mit $v \in \langle X \setminus \{v\} \rangle$. | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |

T6) Sind die folgenden Teilmengen von \mathbb{R}^3 linear unabhängig?

| | | |
|---------------------------------------|--|--|
| $\{(1, 1, 1), (0, 1, 1)\}$ | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| $\{(1, 1, 1), (0, 1, 1), (1, 0, 0)\}$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| $\{(1, 1, 1), (0, 0, 0)\}$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| \emptyset | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| $\{(0, 0, 0)\}$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |

T7) Sei V ein Vektorraum und $X \subseteq Y \subseteq V$. Dann gilt:

| | | |
|--|--|--|
| X linear unabhängig $\implies Y$ linear unabhängig | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |
| X linear abhängig $\implies Y$ linear abhängig | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| X ist Erzeugendensystem von $V \implies Y$ ist Erzeugendensystem von V | <input checked="" type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Y ist Erzeugendensystem von $V \implies X$ ist Erzeugendensystem von V | <input type="checkbox"/> Ja | <input checked="" type="checkbox"/> Nein |

Auswertung: Richtige Antwort 1 Punkt, keine Antwort 0 Punkte, falsche Antwort -1 Punkt.