

Test 1 im SS 2000

T1) Sind A, B hermitesche Matrizen, so gilt

- | | | |
|---|-----------------------------|-------------------------------|
| $A + B$ ist hermitesch | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| $c \cdot A$ ist hermitesch für $c \in \mathbb{C}$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| $A \cdot B$ ist hermitesch | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Die Eigenwerte von A sind reell | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Ist $A^2 = E_n$, so ist $A = E_n$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |

T2) Sei $V = \mathbb{R}^{n \times 1}$, $\Phi : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$ eine symmetrische Bilinearform mit Gram-Matrix $[\Phi]_{\mathcal{B}} = A$ für eine beliebige (aber feste) Basis \mathcal{B} . Dann gilt:

- | | | |
|--|-----------------------------|-------------------------------|
| Φ ist positiv definit $\iff \det A > 0$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Φ ist positiv definit $\iff A$ diagonalisierbar und alle Eigenwerte sind > 0 | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Φ ist positiv definit $\iff x^T A x > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Φ ist nicht ausgeartet $\iff \det A \neq 0$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Φ ist nicht ausgeartet $\iff x^T A x \neq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |

T3) Welche der folgenden Behauptungen ist richtig?

- | | | |
|---|-----------------------------|-------------------------------|
| Jede reelle, symmetrische $n \times n$ -Matrix ist diagonalisierbar. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Ist $A^T = -A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ diagonalisierbar, so ist $A = 0$ | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Ist $\bar{A}^T = -A \in \mathbb{C}^{n \times n}$, so ist A diagonalisierbar. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Jede reelle orthogonale $n \times n$ -Matrix ist in $\mathbb{R}^{n \times n}$ diagonalisierbar. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Jede unitäre $n \times n$ -Matrix ist in $\mathbb{C}^{n \times n}$ diagonalisierbar. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |

T4) Sei K ein Körper und A und B in $K^{n \times n}$. Dann gilt:

- | | | |
|---|-----------------------------|-------------------------------|
| Sind A und B äquivalent, so sind A und B ähnlich. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Sind A und B ähnlich, so sind A und B äquivalent. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Sind A und B ähnlich und ist $A^m = E_n$, so ist $B^m = E_n$. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Ist $\det A = \det B$, so sind A und B äquivalent. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Ist $\text{Rg } A = \text{Rg } B$, so sind A und B äquivalent. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |

T5) Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- | | | |
|--|-----------------------------|-------------------------------|
| Jedes $A \in \mathbb{Q}^{n \times n}$ ist kongruent zu einer Diagonalmatrix. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Ist $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ invertierbar, so ist $A^T A$ kongruent zu E_n . | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ist in $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ kongruent zu E_2 . | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Sind zwei Matrizen in $\mathbb{R}^{n \times n}$ kongruent, so sind sie auch äquivalent. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Sind zwei Matrizen in $\mathbb{R}^{n \times n}$ ähnlich, so sind sie auch kongruent. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |

T6) Sei (V, Φ) ein n -dimensionaler unitärer Raum und $\varphi \in \text{End } V$. Dann gilt:

- | | | |
|---|-----------------------------|-------------------------------|
| Ist φ diagonalisierbar, so auch φ^* . | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| φ und φ^* haben die gleichen Eigenwerte. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| φ und φ^* haben die gleichen Eigenvektoren. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| $\varphi \cdot \varphi^*$ ist stets diagonalisierbar. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |
| Ist φ unitär, so ist φ normal. | <input type="checkbox"/> Ja | <input type="checkbox"/> Nein |

Auswertung: Richtige Antwort 1 Punkt, keine Antwort 0 Punkte, falsche Antwort -1 Punkt.