Test 1 im SS 2000

T1) Sind A, B hermitesche Matrizen, so gilt

$A + B$ ist hermitesch	☒ Ja	☐ Nein
$c \cdot A$ ist hermitesch für $c \in \mathbb{C}$	☐ Ja	☒ Nein
$A \cdot B$ ist hermitesch	☐ Ja	☒ Nein
Die Eigenwerte von A sind reell	☒ Ja	☐ Nein
Ist $A^2 = E_n$, so ist $A = E_n$	☐ Ja	☒ Nein

T2) Sei $V = \mathbb{R}^{n\times 1}$, $\Phi : V \times V \to \mathbb{R}$ eine symmetrische Bilinearform mit Gram-Matrix $[\Phi]_{\mathcal{B}} = A$ für eine beliebige (aber feste) Basis $\mathcal{B}$. Dann gilt:

Φ ist positiv definit $\iff$ $\det A > 0$	☐ Ja	☒ Nein
Φ ist positiv definit $\iff$ A diagonalisierbar und alle Eigenwerte sind > 0	☒ Ja	☐ Nein
Φ ist positiv definit $\iff$ $x^T Ax > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}^{n\times 1}$	☐ Ja	☒ Nein
Φ ist nicht ausgeartet $\iff$ $\det A \neq 0$	☒ Ja	☐ Nein
Φ ist nicht ausgeartet $\iff$ $x^T Ax \neq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}^{n\times 1}$	☐ Ja	☒ Nein

T3) Welche der folgenden Behauptungen ist richtig?

Jede reelle, symmetrische $n \times n$-Matrix ist diagonalisierbar.	☒ Ja	☐ Nein
Ist $A^T = -A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ diagonalisierbar, so ist $A = 0$	☒ Ja	☐ Nein
Ist $\bar{A}^T = -A \in \mathbb{C}^{n\times n}$, so ist A diagonalisierbar.	☒ Ja	☐ Nein
Jede reelle orthogonale $n \times n$-Matrix ist in $\mathbb{R}^{n\times n}$ diagonalisierbar.	☐ Ja	☒ Nein
Jede unitäre $n \times n$-Matrix ist in $\mathbb{C}^{n\times n}$ diagonalisierbar.	☒ Ja	☐ Nein

T4) Sei K ein Körper und A und B in $K^{n\times n}$. Dann gilt:

Sind A und B äquivalent, so sind A und B ähnlich.	☐ Ja	☒ Nein
Sind A und B ähnlich, so sind A und B äquivalent.	☒ Ja	☐ Nein
Sind A und B ähnlich und ist $A^m = E_n$, so ist $B^m = E_n$.	☒ Ja	☐ Nein
Ist $\det A = \det B$, so sind A und B äquivalent.	☐ Ja	☒ Nein
Ist $\operatorname{Rg} A = \operatorname{Rg} B$, so sind A und B äquivalent.	☒ Ja	☐ Nein

T5) Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

Jedes $A \in \mathbb{Q}^{n\times n}$ ist kongruent zu einer Diagonalmatrix.	☐ Ja	☒ Nein
Ist $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ invertierbar, so ist $A^T A$ kongruent zu E_n.	☒ Ja	☐ Nein
$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ist in $\mathbb{R}^{2\times 2}$ kongruent zu E_2.	☐ Ja	☒ Nein
Sind zwei Matrizen in $\mathbb{R}^{n\times n}$ kongruent, so sind sie auch äquivalent.	☒ Ja	☐ Nein
Sind zwei Matrizen in $\mathbb{R}^{n\times n}$ ähnlich, so sind sie auch kongruent.	☐ Ja	☒ Nein

T6) Sei (V, Φ) ein n-dimensionaler unitärer Raum und $\varphi \in \operatorname{End} V$. Dann gilt:

Ist φ diagonalisierbar, so auch φ^*.	☒ Ja	☐ Nein
φ und φ^* haben die gleichen Eigenwerte.	☐ Ja	☒ Nein
φ und φ^* haben die gleichen Eigenvektoren.	☐ Ja	☒ Nein
$\varphi \cdot \varphi^*$ ist stets diagonalisierbar.	☒ Ja	☐ Nein
Ist φ unitär, so ist φ normal.	☒ Ja	☐ Nein

Auswertung: Richtige Antwort 1 Punkt, keine Antwort 0 Punkte, falsche Antwort -1 Punkt.