

Übungsblatt 10

Algebraische Zahlentheorie, Prof. Dr. Gabriele Nebe, SS 2022

Aufgabe 1

Bestimmen Sie (bis auf Isomorphie) alle Erweiterungen von \mathbb{Q}_5 von Grad 4.

Aufgabe 2

Sei K ein algebraischer Zahlkörper. Zeigen Sie: Die Menge der in K/\mathbb{Q} verzweigten Primzahlen ist endlich. Ist ferner $K \neq \mathbb{Q}$ so verzweigt mindestens eine Primzahl in K .

Aufgabe 3

Zeigen Sie: Für $n = \sum_{i=0}^r a_i p^i \in \mathbb{N}$ mit $s := \sum_{i=0}^r a_i$ gilt stets

$$\nu_p(n!) = \frac{n - s}{p - 1}.$$

Aufgabe 4

1. Bestimmen Sie $\mathbb{Q}_3(\sqrt{3})^*$.
2. Bestimmen Sie $\mathbb{Q}_3(\sqrt{-3})^*$.
3. Bestimmen Sie $\mathbb{Q}_3(\zeta_9)^*$.
4. Sei p eine Primzahl. Bestimmen Sie Erzeuger von $\mathbb{Q}_p^*/(\mathbb{Q}_p^*)^3$.