Graduiertenkolleg

Experimentelle und konstruktive Algebra

Kolloquiumsvortrag

Donnerstag, 25. Juni 2015, 14:00 Uhr bis 15:30 Uhr, Hörsaal III

Rene Koch: ***Unbedingte Konvergenz in Zerlegungsräumen***

Wir betrachten eine Überdeckung des $\mathbb{R}^d$ durch eine Familie von Mengen $\mathcal{Q} := (Q_i)_{i\in I}$, die folgende Zulässigkeitsbedingung erfüllen soll

$$\exists N \in \mathbb{N}\ \forall i \in I : |\{j \in I :\ Q_j \cap Q_i \neq \emptyset\}| \leq N.$$

Eine zu dieser Überdeckung gehörige *beschränkte zulässige Zerlegung der Eins (BZZE)* sei eine Familie von Funktionen $(\eta_i)_{i\in I}$ aus $C_c^\infty(\mathbb{R}^d)$ mit den Eigenschaften

i) $\forall i \in I :\ \operatorname{supp}(\eta_i) \subset Q_i$

ii) $\sum_{i\in I} \eta_i \equiv 1$

iii) $\forall i \in I :\ \sup\|\mathcal{F}^{-1}\eta_i\|_{L^1} < \infty.$

Mit diesen Mitteln kann man für $f \in \mathcal{S}'(\mathbb{R}^d)$, $1 \leq p, q \leq \infty$ und eine geeignete Gewichtsfunktion $v : I \to \mathbb{R}^{>0}$ die Norm

$$\|f\|_{D(\mathcal{Q},L^p,l_v^q)} := \left\| \left(v_i\|\mathcal{F}^{-1}(\eta_i\mathcal{F}f)\|_{L^p}\right)_{i\in I} \right\|_{l^q}$$

auf dem Raum der temperierten Distributionen, für welche dieser Ausdruck endlich ist, erklären. Dabei ist das Argument in der L^p-Norm als (inverse) Fouriertransformation einer Distribution mit kompaktem Träger eine glatte Funktion. Die Menge

$$\left\{f \in \mathcal{S}'(\mathbb{R}^d) :\ \|f\|_{D(\mathcal{Q},L^p,l_v^q)} < \infty\right\}$$

bezeichnet man als *Zerlegungsraum*. Für diese Räume wurde im Rahmen von F. Voigtlaenders Dissertation eine umfangreiche Einbettungstheorie entwickelt.

In Rahmen des Vortrags wollen wir im einleitenden Teil diese Räume genauer einführen und bekannte Funktionenräume als Spezialfälle dieser Konstruktion wiedererkennen. Danach überlegen wir uns, ob es zumindest in dem Spezialfall $p = 2$ möglich ist, die für $f \in L^2(\mathbb{R}^d)$ und eine Funktion ψ, so dass $(T_k M_n \psi)_{(k,n)\in\mathbb{Z}^2}$ ein straffer Gaborframe ist, unbedingt konvergente Reihenentwicklung

$$f = \sum_{(k,n)\in\mathbb{Z}^2} \langle f, T_k M_n \psi\rangle T_k M_n \psi \tag{1}$$

auf Zerlegungsräume zu übertragen.

Wir laden alle Interessierten herzlich ein.