Test 2 im SS 2000

T1) Sind die folgenden Aussagen richtig?

Es gibt 2 (paarweise nicht-isomorphe) abelsche Gruppen der Ordnung 6.	☐ Ja	☒ Nein
Es gibt 4 (paarweise nicht-isomorphe) abelsche Gruppen der Ordnung 8.	☐ Ja	☒ Nein
Jede Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ hat eine Jordansche Normalform.	☐ Ja	☒ Nein
Jede Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ hat eine Weierstraß-Normalform.	☒ Ja	☐ Nein
Zwei Matrizen $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ sind ähnlich genau dann, wenn sie dieselbe rationale, kanonische Form haben.	☒ Ja	☐ Nein

T2) Es seien $a, b, c, d, e \in R$, wobei (R, ν) ein Euklidischer Ring ist.

Ist $1 = ac + bd$, so ist $1 \in \mathrm{ggT}(a, b)$.	☒ Ja	☐ Nein
Ist $a \mid b$ und $a \mid c$ so gilt $a \mid b - cd$.	☒ Ja	☐ Nein
Ist $d \mid ab$, so folgt $d \mid a$ oder $d \mid b$.	☐ Ja	☒ Nein
Ist $a \mid b$ und $b \mid a$, so folgt $a = b$.	☐ Ja	☒ Nein
Ist $d \in \mathrm{ggT}(a, b)$ und $c \mid ab$, so gilt $c \mid d$.	☐ Ja	☒ Nein

T3) Es sei V ein K-Vektorraum.

$v \otimes w = w \otimes v$ für $v, w \in V$	☐ Ja	☒ Nein
$v \otimes 0 = 0$ für $v \in V$	☒ Ja	☐ Nein
$V \otimes V = \{v \otimes w \mid v, w \in V\}$	☐ Ja	☒ Nein
$(v_1 + v_2) \otimes (w_1 + w_2) = v_1 \otimes w_1 + v_2 \otimes w_2$ für $v_1, v_2, w_1, w_2 \in V$	☐ Ja	☒ Nein
$c(v \otimes w) = cv \otimes cw$ für $v, w \in V$ und $c \in K$	☐ Ja	☒ Nein

T4) Es sei K ein Körper, $A \in K^{m\times n}$ und $B \in K^{n\times m}$.

$A \otimes B \in K^{mn\times mn}$	☒ Ja	☐ Nein
$A \otimes B \in K^{m\times m}$	☐ Ja	☒ Nein
$\det(A \otimes B) = \det(A \cdot B)$	☐ Ja	☒ Nein
$A \otimes B = 0 \quad \Longrightarrow \quad A = 0$ oder $B = 0$	☒ Ja	☐ Nein
$\mathrm{Spur}(A \otimes B) = \mathrm{Spur}(A) \cdot \mathrm{Spur}(B)$ falls $m = n$	☒ Ja	☐ Nein

T5) Es sei V ein K-Vektorraum und $v_i \in V$ für $1 \leq i \leq r$.

$v_1 \wedge \cdots \wedge v_r = 0 \quad \Longrightarrow \quad (v_1, \ldots, v_r)$ ist linear abhängig	☒ Ja	☐ Nein
$v_1 \wedge \cdots \wedge v_r = 0 \quad \Longrightarrow \quad v_1 \otimes \cdots \otimes v_r = 0$	☐ Ja	☒ Nein
$\bigwedge^r V = \{w_1 \wedge \cdots \wedge w_r \mid w_i \in V\}$	☐ Ja	☒ Nein
$\dim \bigwedge^r V = n - r$, wenn $\dim V = n$	☐ Ja	☒ Nein
$v_1 \wedge v_2 \wedge v_3 = v_2 \wedge v_3 \wedge v_1$	☒ Ja	☐ Nein

T6) Wir betrachten $A = \{(1, x_1, \ldots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{R}\}$ als affinen Raum über $\mathbb{R}^n$. Dann ist

$\{(1, 1, 1, x_3, \ldots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{R}\}$ ein affiner Teilraum von A.	☒ Ja	☐ Nein
$\{(0, 0, 0, x_3, \ldots, x_n) \mid x_i \in \mathbb{R}\}$ ein affiner Teilraum von A.	☐ Ja	☒ Nein
$\varphi : A \to A$ mit $\varphi(1, x_1, \ldots, x_n) = (1, x_1, \ldots, x_1)$ eine affine Abbildung.	☒ Ja	☐ Nein
$\varphi : A \to A$ mit $\varphi(1, x_1, \ldots, x_n) = (1, 0, x_1x_2, \ldots, x_{n-1}x_n)$ eine aff. Abb.	☐ Ja	☒ Nein
$\varphi : A \to A$ mit $\varphi(1, x_1, \ldots, x_n) = (1, 0, x_1 + x_2, \ldots, x_{n-1} + x_n)$ eine aff. Abb.	☒ Ja	☐ Nein

Auswertung: Richtige Antwort 1 Punkt, keine Antwort 0 Punkte, falsche Antwort -1 Punkt.