Algebraische Kombinatorik 2014

Blatt 3

Abgabe am 09.05.2014 zu Beginn der Übung. Es darf zu zweit abgegeben werden.

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Sei q eine Primzahlpotenz. Bestimmen Sie die Kardinalität von

$$\{(a,b,c) \in (\mathbb{F}_q^{3\times 3})^3 \mid \operatorname{Rang}(a) = \operatorname{Rang}(b) = \operatorname{Rang}(c) = 2 \text{ und } \operatorname{Rang}(abc) = i\}$$

für $i \geq 0$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Seien $0 \leq n \leq m$. Zeigen Sie die folgenden Identitäten:

$$\begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}(x) = x^n \cdot \begin{bmatrix} m-1 \\ n \end{bmatrix}(x) + \begin{bmatrix} m-1 \\ n-1 \end{bmatrix}(x) = \begin{bmatrix} m-1 \\ n \end{bmatrix}(x) + x^{m-n} \cdot \begin{bmatrix} m-1 \\ n-1 \end{bmatrix}(x)$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Bestimmen Sie die Markentafel einer zyklischen Gruppe der Ordnung n.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Bestimmen Sie die Markentafel von Q_8.

Aufgabe 5 (4 Punkte)
Sei G eine endliche Gruppe. Weiter seien M und N zwei transitive G-Mengen. Wie kann man die Anzahl der G-äquivarianten Abbildungen von M auf N aus der Markentafel von G ablesen? Wieviele A_5-äquivariante Färbungen eines Ikosaeders mit 5 bzw. 10 Farben gibt es bei denen A_5 transitiv auf den Farben operiert?