# Algebraische Kombinatorik 2014

## Blatt 5

Abgabe am 23.05.2014 zu Beginn der Übung. Es darf zu zweit abgegeben werden.

**Aufgabe 1** (6 Punkte)
Für eine endliche Menge $M$ und $k \geq 0$ seien

$$\boxed{0}(M) = \emptyset \qquad \boxed{C}(M) = \{\sigma \in S_M \mid \sigma \text{ ist ein } |M|\text{-Zykel}\}$$

$$\boxed{1}(M) = \begin{cases} \{M\} & \text{falls } M = \emptyset \\ \emptyset & \text{sonst} \end{cases} \qquad \boxed{X}(M) = \begin{cases} \{M\} & \text{falls } |M| = 1 \\ \emptyset & \text{sonst} \end{cases}$$

$$\boxed{PM}(M) = \mathrm{Pot}(M) \qquad \boxed{PM_k}(M) = \mathrm{Pot}_k(M)$$

(a) Vervollständigen Sie $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{X}$, $\boxed{C}$, $\boxed{PM}$ und $\boxed{PM}_k$ jeweils zu einer Spezies.

(b) Bestimmen Sie die erzeugenden und typerzeugenden Funktionen von $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{X}$, $\boxed{C}$, $\boxed{PM}$, $\boxed{PM_k}$ und $\boxed{aE}$.

(c) Bestimmen Sie die Zykelindexreihen von $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{X}$ und $\boxed{aE}$.

**Aufgabe 2** (5 Punkte)
Definieren Sie die Spezies schlichter Graph $\boxed{sG}$. Bestimmen Sie die erzeugende Funktion $sG(x)$ sowie die ersten 10 Entwicklungsglieder der typerzeugenden Funktion $\widetilde{sG}(x)$.

**Aufgabe 3** (4 Punkte)
Sei $F$ eine Spezies. Zeigen Sie

$$\lim_{n\to\infty} F_{\leq n} = F\ .$$

**Aufgabe 4** (5 Punkte)
Seien $F, G$ zwei Spezies.

(a) Zeigen Sie, daß $F + G$ eine Spezies ist.

(b) Zeigen Sie, daß die Isomorphieklasse von $F + G$ eindeutig durch die Isomorphieklassen von $F$ und $G$ festgelegt ist.