Algebraische Kombinatorik 2014

Blatt 10

Abgabe am 04.07.2014 zu Beginn der Übung. Es darf zu zweit abgegeben werden.

Aufgabe 1 (6 Punkte)
Es gelten die Bezeichnungen (wie im Beweis) von Folgerung 4.10. Zeigen Sie:

(a) $s \in \mathbb{Z} \iff t \in \mathbb{Z}$.

(b) Sind $s, t \notin \mathbb{Z}$, so ist $v_+ = v_- = (n-1)/2$.

(c) Der Eigenwert s ist nicht-negativ, der Eigenwert t negativ.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Sei Γ ein stark regulärer Graph mit Parametern (n, k, λ, μ). Bestimmen sie die Eigenmatrizen von Γ. Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Sei $v \geq 3$ und $\Gamma = \kappa(K_{v,v})$.

(a) Begründen Sie, warum die Automorphismengruppe von Γ eine Untergruppe isomorph zu $S_v \wr S_2$ besitzt.

(b) Bestimmen Sie eine Adjazenzmatrix von Γ.

(c) Begründen Sie, warum Γ stark regulär ist.

(d) Bestimmen Sie die Parameter des stark regulären Graphen Γ.

Aufgabe 4 (6 Punkte)
Beweisen Sie die folgenden Identitäten:

$$\begin{aligned}
p_{i,j}^k &= \frac{1}{nk_k} \operatorname{Sp}(A_i A_j A_k) \\
&= \frac{k_i k_j}{n} \sum_\nu \frac{1}{m_\nu^2} q_\nu(i) q_\nu(j) q_\nu(k) \\
q_{i,j}^k &= \frac{n}{m_k} \operatorname{Sp}^\circ(E_i \circ E_j \circ E_k) \\
&= \frac{m_i m_j}{n} \sum_\nu \frac{1}{k_\nu^2} p_\nu(i) p_\nu(j) p_\nu(k)
\end{aligned}$$