

Algebraische Kombinatorik 2014

Blatt 11

Abgabe am 11.07.2014 zu Beginn der Übung. Es darf zu zweit abgegeben werden.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei Γ der Graph der Ecken und Kanten eines Würfels bzw. eines Dodekaeders. Zeigen Sie, daß Γ ein symmetrisches Assoziationsschema definiert und bestimmen Sie die zugehörigen Adjazenzmatrizen.

Bemerkung: Wir identifizieren die Ecken des Dodekaeders mit $\Omega := A_5/C_3$. Weiter sei Γ' das Assoziationsschema der Bahnen von A_5 auf $\Omega \times \Omega$ (vgl. Beispiel 4.30). Der Permutationscharakter von A_5 auf Ω ist die Summe des regulären Charakters und des irreduziblen Charakters vom Grad 4. Also ist $\mathbb{C}^{\Gamma'} \cong \text{End}_{\mathbb{C}A_5}(\mathbb{C}\Omega)$ nicht kommutativ. Insbesondere ist Γ' nicht isomorph zum Assoziationsschema des Kantengraphen des Dodekaeders.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Definieren Sie die Automorphismengruppe eines Assoziationsschemas und zeigen Sie, daß die Automorphismengruppe des Konjugiertenklassenschemas der S_3 isomorph zu $S_3 \wr S_2$ ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei $q \geq 2$. Vergleichen Sie das Hamming-Schema $H(q, 2)$ mit dem stark regulären Kantengraphen von $K_{q,q}$ und bestimmen Sie die Schnittmatrizen.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Seien $q \geq 2$ und $m \geq 1$. Bestimmen Sie die Parameter a_i, b_i, c_i, k_i für das Hamming-Schema $H(q, m)$.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Parameter a_i, b_i, c_i, k_i für das Johnson-Schema $J(v, k)$.