Oliver Braun Sommersemester 2015

Vorkurs zur linearen Algebra

3. Übungsblatt

Aufgabe 11. (Abbildungen) Zählen Sie alle injektiven Abbildungen $\underline{3} \to \underline{4}$ und alle bijektiven Abbildungen $\underline{4} \to \underline{4}$.

Aufgabe 12. (Relationen) Geben Sie auf $\{1, 2, 3, 4\}$ Relationen an, die
a) reflexiv, aber nicht transitiv und nicht symmetrisch,
b) transitiv, aber nicht reflexiv und nicht symmetrisch,
c) symmetrisch, aber nicht reflexiv und nicht transitiv sind.

Aufgabe 13. (Äquivalenzrelationen und Vertretersysteme) Zeigen Sie, dass

$$(a, b) \sim (c, d) :\Leftrightarrow a - c = b - d$$

eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ ist und bestimmen Sie ein Vertretersystem.

Aufgabe 14. (Äquivalenzrelationen) Zeigen Sie, dass

$$f \sim g :\Leftrightarrow f \text{ unterscheidet sich von } g \text{ an höchstens endlich vielen Stellen}$$

eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ ist.

Aufgabe 15. (Relationen) Es sei M eine Menge und $\sim$ eine Relation darauf. Wir behaupten, dass $\sim$ reflexiv ist, falls $\sim$ transitiv und symmetrisch ist. Nehmen Sie Stellung zum folgenden Beweis dieser Aussage:
Wir betrachten $(a, b) \in \sim$. Da $\sim$ symmetrisch ist, ist dann auch $(b, a) \in \sim$. Aus der Transitivität von $\sim$ folgt dann auch $(a, a) \in \sim$, was die Reflexivität beweist.