

## Codes und Systemtheorie

### Übungsblatt 5

Dieses Übungsblatt wird am 27.05.11 besprochen.

**Aufgabe 1.** Beweisen Sie Lemma 1.9 der Vorlesung (Charakterisierung von linksprimen Polynom-Matrizen).

**Aufgabe 2.** Beweisen Sie Satz 1.12 der Vorlesung (Charakterisierung der Steuerbarkeit eines Matrixpaars).

**Aufgabe 3.** Sei  $\mathbb{F}$  ein Körper und

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \in \mathbb{F}^{(n+p) \times (n+m)}.$$

Zeigen Sie, dass

$$H = C(sI - A)^{-1}B + D \in \mathbb{F}(s)^{p \times m}$$

eine echtrationale Matrix ist. Geben Sie zu  $\frac{q}{p}$ , wobei  $p, q \in \mathbb{F}[s]$  teilerfremd sind mit  $\deg(q) < \deg(p)$ , eine Realisierung an. Ist diese minimal?

**Hinweis.** Der kürzeste Weg zur Äquivalenz der Rechtsinvertierbarkeit von  $[sI - A, -B]$  und  $[B, AB, \dots, A^{n-1}B]$  führt über Eigenwerte und -vektoren von  $A$  über dem algebraischen Abschluss von  $\mathbb{F}$  unter Verwendung von Charakterisierung 1 aus Lemma 1.9.