Surjektivität von Faltungsoperatoren auf Räumen ultradifferenzierbarer Funktionen vom Roumieu-Typ

Dr. Dorothea Strauer, Philipps-Universität Marburg

Sei $\mathcal{E}_{\{\omega\}}(U)$ der nicht-quasianalytische Raum ultradifferenzierbarer Funktionen vom Roumieu-Typ auf einer offenen Menge $U \subset \mathbb{R}^d$. Für eine Ultradistribution $\mu \neq 0$ ist der Faltungsoperator $T_\mu : \mathcal{E}_{\{\omega\}}(U) \to \mathcal{E}_{\{\omega\}}(V)$ ein wohldefinierter, linearer und stetiger Operator, falls $V - \mathrm{supp}(\mu) \subset U$.

In diesem Vortrag wird die Surjektivität von T_μ durch verschiedene Bedingungen an μ sowie an (U, V) charakterisiert. Genauer gesagt finden sich die bekannten klassischen Bedingungen, genauer μ-Konvexität von (U, V), Existenz einer Fundamentallösung auf $\mathbb{R}^d$ sowie eine langsam fallend Bedingung an die Fouriertransformation $\hat{\mu}$ von μ, als notwendige Bedingungen wieder, angepasst an Ultradifferenzierbarkeit. Allerdings kommt eine neue Bedingung über schöne Fundamentallösungen, die auf U definiert sind, hinzu. Mit dieser Bedingung wird eine vollständige Charakterisierung der surjektiven Faltungsoperatoren gewonnen.

Die Ergebnisse erweitern klassische Sätze von Ehrenpreis, Malgrange und Hörmander über Faltungsoperatoren zwischen Räumen von $\mathcal{C}^\infty$-Funktionen auf der einen Seite und Arbeiten von Braun, Meise, Taylor und Vogt sowie Langenbruch über partielle Differentialoperatoren zwischen Räumen ultradifferenzierbarer Funktionen vom Roumieu-Typ auf der anderen Seite.