

Implementierung einer kontrolltheoretischen Programmbibliothek in SINGULAR und PLURAL

Gegenstand der Kontrolltheorie ist die gezielte Beeinflussung (Steuerung) dynamischer Systeme, die in vielfältiger Form bei der Modellierung praktischer Probleme aus Naturwissenschaft, Technik und Ökonomie auftreten. Diese dynamischen Systeme sind üblicherweise durch Differential- (oder Differenzen-)gleichungen bestimmt, und sollen durch geeignete Wahl von Stellgrößen und freien Parametern zu einem bestimmten erwünschten Verhalten veranlasst werden. Dies erfordert ein tiefes Verständnis der strukturellen Eigenschaften des zugrunde liegenden Systems.

Der Ansatz der “Algebraischen Analysis” ermöglicht es, die relevanten kontrolltheoretischen Eigenschaften eines Systems in algebraische Eigenschaften eines zugeordneten Moduls über dem (nicht notwendigerweise kommutativen) Ring der Differentialoperatoren zu übersetzen. Zum Beispiel entspricht die Steuerbarkeit des Systems der Torsionsfreiheit des Moduls. Ist der Modul sogar frei, lassen sich sogenannte flache Ausgangsgrößen berechnen, die die Steuerung des Systems entlang einer Solltrajektorie auf besonders einfache und effiziente Art ermöglichen. Dieser Zugang, der in der Ingenieurliteratur unter dem Begriff “flachheitsbasierte Steuerung” bekannt ist, ist Gegenstand zahlreicher aktueller Publikationen und Forschungsvorhaben, und wird auch in der Praxis erfolgreich eingesetzt.

Die auftretenden algebraischen Objekte lassen sich mit Hilfe des leistungsstarken, flexiblen und schnellen Computeralgebrasystems SINGULAR (und im nichtkommutativen Fall mit seiner Erweiterung PLURAL) sehr effizient manipulieren und analysieren. Die Resultate dieser Berechnungen können dann in die Sprache der Systemtheorie rückübersetzt und somit interpretiert werden. Dies erfordert einen interdisziplinären Wissenstransfer zwischen Kontrolltheorie und Computeralgebra. Ziel des Projektes ist die Erstellung einer Programmbibliothek zur systematischen Umsetzung dieser Routinen. Insbesondere soll das Produkt benutzerfreundlich im Sinne einer Orientierung auf den Kontrolltheoretiker bzw. Regelungstechniker als Nutzer gestaltet werden.

Das Ergebnis der ersten Förderperiode (Juli–Dezember 2004) ist eine Alpha-Version der Programmbibliothek `control.lib`, die an Funktionalitäten die Prozeduren `control` und `autonom` beinhaltet. Es handelt sich um Heuristiken, die auf folgenden Prinzipien beruhen: 1) maximale Information über das System sowohl in algebraischer als auch in kontrolltheoretischer Formulierung bereitzustellen; 2) nur die absolut erforderlichen Berechnungen durchzuführen, um Rechenzeit einzusparen. Beide Prozeduren sind besonders nutzerfreundlich in dem Sinne, dass man, um möglichst weitgehende Information über die Steuerbarkeits- bzw. Autonomie-Eigenschaften des Systems zu erhalten, nur folgende Daten vorgeben muss: den Grundring R mit den polynomialen Koeffizienten und Differential-

operatoren als Variablen, und ggf. Parametern, sowie das System in Form einer Matrix M mit Einträgen in \mathbb{R} . Durch den Aufruf von `control(M)` bzw. `autonom(M)` erhält man eine Liste von Ausgaben, einerseits algebraische Daten (für weitere Berechnungen, z.B. Parametrisierungen oder flache Ausgangsgrößen) und andererseits einen Textoutput, der die Ergebnisse kontrolltheoretisch interpretiert. Bisher musste eine solche Analyse interaktiv für jedes konkrete Beispiel separat durchgeführt werden, was ein großes Hintergrundwissen des Benutzers voraussetzte. Die neue Implementierung mit ihrem heuristischen Zugang ermöglicht die systematische Behandlung einer Vielzahl von Beispielen ganz unterschiedlicher Natur im Rahmen einer einheitlichen Plattform, und stellt minimale Anforderungen an den Nutzer.

Bei der Implementierung wurde in Hinblick auf zukünftige Erweiterungen insbesondere auf interne Transparenz, gute Dokumentation und Kompatibilität zwischen den einzelnen Versionen geachtet. Dies ermöglicht die spätere Integration neuer Werkzeuge und garantiert die Langlebigkeit und Nachhaltigkeit der entwickelten Software.

Im Zuge der Entwicklung wurde eine Bibliothek relevanter Beispiele für systematische Performanz-Tests angelegt. Zum Vergleich wurde das MAPLE-Paket `OreModules` herangezogen, das von Forschergruppen des INRIA Sophia Antipolis und der RWTH Aachen entwickelt wird, und das einzige Produkt vergleichbarer Funktionalität auf dem Markt ist. Ausgedehnte Testreihen zum Leistungsvergleich zeigten die Überlegenheit der `control.lib` in Hinblick auf Laufzeit, Robustheit und Benutzerfreundlichkeit. So ist unsere Implementierung 5 bis 10 mal schneller, wobei dieser Faktor mit der Anzahl der Variablen wächst. Da realistische Anwendungen typischerweise viele Variablen involvieren, könnte die Programmbibliothek mittelfristig zur Lösung großer Probleme herangezogen werden.

Allerdings fehlen dafür noch einige wichtige Erweiterungen (zum Beispiel Schaffung von Schnittstellen zu anderen Computeralgebrasystemen zwecks Visualisierung der Ergebnisse, Implementierung einer graphischen Oberfläche, sowie der Übergang von polynomialen zu rationalen Koeffizienten, der auch noch theoretischer Forschung bedarf). Ein weiterer Ausbau der Programmbibliothek ist daher für 2005 geplant. Die Programmbibliothek wird in zukünftigen Versionen von SINGULAR und PLURAL inkludiert sein, und somit einem großen Publikum zugänglich gemacht werden.

Die im Jahr 2004 zugewiesenen Mittel wurden wie folgt verwendet: Gefördert wurden der Mitarbeiter Viktor Levandovskyy, und als wissenschaftliche Hilfskraft der Diplomand Markus Becker. Zudem wurden an zwei Studenten des internationalen Master-Studienganges (Oleksandr Iena, Alexander Motsak) Forschungsstipendien für 6 bzw. 2 Monate vergeben.