

# Übungsblatt 1

Mathematische Grundlagen, Prof. Dr. Nebe, WS 2013/14

## Präsenzaufgabe

**Aufgabe 1** (4 Punkte, Satz (2.3) 5.). Es seien  $A, B, C \subseteq M$  Mengen. Zeige:

$$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C.$$

## Tutoriumsaufgaben

**Aufgabe 2** (Wahrheitstafeln). Es seien  $A, B$  und  $C$  mathematische Aussagen.

- (i) Zeige:  $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Rightarrow (A \Rightarrow C)$ .
- (ii) Gilt auch  $((A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow C)) \Leftarrow (A \Rightarrow C)$ ?

**Aufgabe 3** (Mengen). (i) Gib die folgenden Mengen in aufzählender Form an.

$$A = \{z \in \mathbb{Z} \mid z^2 = 4 \text{ oder } z^3 = 8\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = 2\},$$
$$C = \text{Pot}(\{a, b, c\}), \quad D = \text{Pot}(\text{Pot}(\emptyset)).$$

(ii) Welche der folgenden Mengen sind gleich?

$$A_1 = \{-1, 1\}, \quad A_3 = \{\{-1, 1\}\},$$
$$A_2 = \{\{-1\}, \{1\}\}, \quad A_4 = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| = 1\}.$$

**Aufgabe 4** (De Morgansche Regel). Es seien  $A, B$  und  $C$  Mengen. Was sind  $(A \setminus B) \cup (A \setminus C)$  und  $(A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ ? Zeichne die zugehörigen Venn-Diagramme und beweise die Behauptungen.

## Hausaufgaben

Bitte wirf deine bearbeiteten Hausaufgaben bis Montag, 28.10.2013, 10:00 Uhr in den Zettelkasten am Lehrstuhl D für Mathematik (Sammelbau 2.Stock) ein.

**Aufgabe 5** (4 Punkte). Es seien  $A$  und  $B$  mathematische Aussagen. Zeige mittels Wahrheitstafeln:

(i) (Satz (1.4) 2.)  $\neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$

(ii)  $(\neg A \Rightarrow (B \wedge \neg B)) \Leftrightarrow A$

**Aufgabe 6** (4 Punkte). Welche der folgenden Mengen sind gleich?

$$\begin{aligned} A_1 &= \mathbb{Z}, & A_4 &= \{z \in \mathbb{Z} \mid z^2 + 1 = 0\}, & A_7 &= \{1, -1, -1, 1, 1, -1\}, \\ A_2 &= \{0, -1, 1\}, & A_5 &= \{z \in \mathbb{Z} \mid z^2 > 0\}, & A_8 &= \{x \in \mathbb{R} \mid x \in \mathbb{Z}\}, \\ A_3 &= \{\{0\}, \{1, -1\}\}, & A_6 &= \{z \in \mathbb{Z} \mid |z| \leq 1\}, & A_9 &= \{1, -1\}. \end{aligned}$$

**Aufgabe 7** (4 Punkte, Satz (2.4)). Seien  $A, B \subset M$  Mengen. Zeige:

(i)  $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

(ii)  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$

**Aufgabe 8** (Zusatzaufgabe, 4 Bonuspunkte). Es sei  $M$  eine Menge und  $T$  eine Tabelle, deren Zeilen und Spalten durch Elemente aus  $Pot(M)$  indiziert sind. Definiere den Eintrag  $T(U_1, U_2)$  als **symmetrische Differenz** zweier Mengen  $U_1, U_2 \in Pot(M)$ , d.h.  $T(U_1, U_2) := \Delta(U_1, U_2) := (U_1 \setminus U_2) \cup (U_2 \setminus U_1)$ .

(i) Bestimme die Tabelle  $T$  für die Menge  $M := \{a, b, c\}$ .

(ii) Zeige  $\Delta(U_1, U_2) = \Delta(U_2, U_1)$

(iii) An welche Verknüpfung von mathematischen Aussagen erinnert die symmetrische Differenz von Mengen.