Im Folgenden sei $\mathcal{R}$ immer graduierte $\mathbb{C}$-Algebra und $p_1, ..., p_n$ algebraisch unabhängig, und weiter $\Gamma \leq GL_n(\mathbb{C})$ endlich.

Definitionen:

- Die **Krulldimension** bezeichnet die Anzahl algebraisch unabhängiger Elemente in $\mathcal{R}$, kurz $\dim(\mathcal{R}) =: n$.
- Eine Menge $P := \{p_1, ..., p_n\}$ heißt **Homogenes Parametersystem (h.s.o.p.)**, wenn $\mathcal{R}$ als $\mathbb{C}[P]$-Modul endlich erzeugt ist.
- Eine Menge $P := \{p_1, ..., p_n\}$ heißt **regulär**, wenn p_i kein Nullteiler in $\mathcal{R}/\langle p_1, ..., p_{i-1}\rangle$ ist $\forall\ 1 \leq i \leq n$. Insbesondere ist $\mathcal{R}$ genau dann frei als $\mathbb{C}[P]$-Modul, wenn P regulär ist, sofern $p_1, ..., p_n$ algebraisch unabhängig.
- $\mathcal{R}$ heißt **Cohen-Macaulay**, wenn $\mathcal{R}$ für ein gewähltes $P := \{p_1, ..., p_n\}$ h.s.o.p. frei ist über $\mathbb{C}[P]$.
- Die **Hironaka-Zerlegung** bezeichnet die Darstellung von $\mathcal{R}$ als

$$\mathcal{R} = \bigoplus_{i=1}^{r} s_i \mathbb{C}[P]$$

Sätze:

- Es existiert ein h.s.o.p. für $\mathcal{R}$.
- Existiert ein h.s.o.p., über dem $\mathcal{R}$ Cohen-Macaulay ist, so ist $\mathcal{R}$ Cohen-Macaulay über jedem h.s.o.p.
- Für $\mathcal{R}$ frei mit Hironaka-Zerlegung wie oben gilt für die Hilbertreihe

$$H_{\mathcal{R}}(z) = \left(\sum_{i=1}^{r} z^{\deg(s_i)}\right) \Bigg/ \left(\prod_{j=1}^{n} (1 - z^{\deg(p_j)})\right)$$

- Der Invariantenring $\mathbb{C}[X]^\Gamma$ ist Cohen-Macaulay.
- Sei $P = \{p_1, ..., p_n\}$ h.s.o.p., und es bezeichne d_i den Grad von p_i für $1 \leq i \leq n$. Dann gilt für die sekundären Invarianten $S := \{s_1, ..., s_r\}$:
  - Die Anzahl r kann berechnet werden durch $r = \frac{d_1 \cdot ... \cdot d_n}{|\Gamma|}$.
  - Die Grade der sekundären Invarianten $e_1, ..., e_r$ erfüllen

$$H_{\mathbb{C}[X]^\Gamma}(z) \cdot \prod_{j=1}^{n} (1 - z^{d_j}) = \sum_{i=1}^{r} z^{e_i}.$$

- Für Untergruppen $H \leq \Gamma$ gilt $[\mathbb{C}[X]^H : \mathbb{C}[X]^\Gamma] = [\Gamma : H]$.