

## Blatt 7

### Aufgabe 1\*

Bestimmen Sie (bis auf Isomorphie) alle Erweiterungen von  $\mathbb{Q}_5$  von Grad 4.

### Aufgabe 2

Sei  $K$  ein algebraischer Zahlkörper. Zeigen Sie: Die Menge der in  $K/\mathbb{Q}$  verzweigten Primzahlen ist endlich. Ist ferner  $K \neq \mathbb{Q}$  so verzweigt mindestens eine Primzahl in  $K$ .

### Aufgabe 3\*

- (a) Bestimmen Sie  $\mathbb{Q}_3(\sqrt{3})^*$ .
- (b) Bestimmen Sie  $\mathbb{Q}_3(\sqrt{-3})^*$ .
- (c) Sei  $p$  eine Primzahl. Bestimmen Sie Erzeuger von  $\mathbb{Q}_p^*/(\mathbb{Q}_p^*)^3$ .

### Aufgabe 4\*

- (a) Es seien  $E/L$  und  $L/K$  endliche separable Erweiterungen. Zeigen Sie

$$D(E/K) = N_{L/K}(D(E/L))D(L/K)^{[E:L]}.$$

- (b) Es seien  $K_1/K$  und  $K_2/K$  endliche separable Erweiterungen und  $L := K_1K_2$ . Zeigen Sie: Sind  $D(K_1/K)$  und  $D(K_2 : K)$  teilerfremd und gilt  $[L : K] = [K_1 : K][K_2 : K]$ , so ist

$$D(L/K) = D(K_1/K)^{[K_2:K]}D(K_2/K)^{[K_1:K]}.$$

- (c) Es seien  $K_1 = \mathbb{Q}(i)$ ,  $K_2 = \mathbb{Q}(\sqrt{5})$ ,  $K_3 = \mathbb{Q}(\sqrt{-5})$  und  $L = \mathbb{Q}(i, \sqrt{5})$ . Bestimmen Sie  $D(L/\mathbb{Q})$ ,  $D(K_i/\mathbb{Q})$  sowie  $D(L/K_i)$  für  $i = 1, 2, 3$ . Gibt es ein Primideal in  $\mathbb{Z}_{K_3}$  welches in  $\mathbb{Z}_L$  verzweigt?

Hinweis zu (a): Ohne Einschränkung ist  $K$  vollständig diskret bewertet. Für (b) siehe Lemma 1.7.6.

Die mit \* versehenen Aufgaben können am 29.6.2011 in den Übungen abgegeben werden. Die Aufgaben ohne \* werden bei Bedarf in den Übungen besprochen aber nicht abgegeben. Es darf zu zweit abgegeben werden.