Zunächst brauchen wir zwei Hilfssätze.

(24.3) Hilfssatz Zu jedem Gitter M in einem regulären Raum V über $\mathbb{Q}$ und jeder endlichen Menge S von Primzahlen gibt es eine ganze Zahl $w \neq 0$ so, daß w keine Primteiler in S hat und aus $s \in q(M_p)$ und $s \in \mathbb{Z}_p w^2 q(M)$ für alle p (inklusive $p = \infty$ mit $M_\infty = V$, $\mathbb{Z}_\infty = \mathbb{R}$) folgt $s \in q(M)$. Dieses w hat die gleiche Eigenschaft für cM $(c \in \mathbb{Q}, c \neq 0)$.

Beweis: Es seien M_i Vertreter der Klassen aus dem Geschlecht von M, die nach dem Satz von Minkowski und Hasse alle in einem festen Vektorraum V angenommen werden können. Wir nehmen zu S noch alle Primzahlen p hinzu, für die M_p nicht regulär ist. Nach (23.5) können wir jedes M_i durch ein isometrisches Gitter ersetzen so, daß $M_{i,p} = M_p$ ist für alle $p \in S$. Für jedes i gibt es ein $w_i \in \mathbb{Z}, w_i \neq 0$ mit $w_i M_i \subseteq M$; dabei können wir annehmen, daß w_i nicht durch die Primzahlen p mit $M_{i,p} = M_p$, insbesondere nicht durch die $p \in S$ teilbar ist. Sei w das kleinste gemeinsame Vielfache der w_i.

Für s wie im Hilfssatz zeigen wir nun, daß $s/w^2 \in q(M_p)$ ist für alle p. Dann ist $s/w^2 \in q(M_i)$ für mindestens ein i (22.1) und somit $s \in q(wM_i) \subseteq q(M)$, wie gewünscht. Gilt $p \nmid w$, so ist $w \in \mathbb{Z}_p^\times$ und damit $s/w^2 \in q(M_p)$. Für $p | w$ ist M_p regulär nach Konstruktion von w. Dann ist $s/w^2 \in q(V_p)$, weil $s \in q(M_p)$ gilt, und wegen $s \in \mathbb{Z}_p w^2 q(M)$ ist auch $s/w^2 \in \mathbb{Z}_p$. Also ist $s/w^2 \in q(V_p) \cap \mathbb{Z}_p$, d.h. es gibt ein $x \in V_p$ mit $q(x) = s/w^2 \in \mathbb{Z}_p$. Dieses x liegt in einem maximalen $\mathbb{Z}_p$-Gitter N_p; M_p ist maximal, also ist $M_p \cong N_p$ und daher $s/w^2 \in q(N_p) = q(M_p)$.