Graduiertenkolleg

Experimentelle und konstruktive Algebra

Vortrag

Mittwoch, 5. August 2015, 14:00 Uhr, Seminarraum des Lehrstuhl D für Mathematik

Matthias Seiss (Universität Kassel):
Wurzelparametrisierte Differentialgleichungen für die klassischen Gruppen

In der klassischen Galoistheorie studiert man die Symmetrien der Nullstellen einer polynomialen Gleichung, indem man die Automorphismengruppe eines Zerfallungskörpers einer solchen Gleichung betrachtet. Eine Verallgemeinerung dieser Theorie für lineare gewöhnliche Differentialgleichungen ist die Differentialgaloistheorie. Dem Zerfallungskörper aus der klassischen Galoistheorie entspricht bei linearen Differentialgleichung der Picard-Vessiot-Körper bzw. die Picard-Vessiot-Erweiterung. Analog zur klassischen Galoistheorie wird die Struktur einer Picard-Vessiot-Erweiterung durch die Differentialgaloisgruppe beschrieben. Dies ist die Gruppe der Automorphismen der Erweiterung, welche den Differentialgrundkörper festlassen und mit der Ableitung kommutieren. Sie besitzt eine Darstellung als linear algebraische Gruppe, definiert über dem Konstantenkörper des Differentialgrundkörpers. So hat man nun anstelle einer Permutations- eine lineare Transformationsgruppe. Ein bekanntes Beispiel ist die *Airy Wave Equation*

$$y^{(2)} - zy = 0 \tag{1}$$

über dem Differentialkörper $C(z)$ mit Ableitung $\frac{d}{dz}$, deren Differentialgaloisgruppe die $\mathrm{SL}_2(C)$ ist.

In diesem Vortrag werden wir uns mit dem inversen Problem der Differentialgaloistheorie beschäftigen, d.h. wir werden der Frage nachgehen, ob eine vorgegebene linear algebraische Gruppe als Differentialgaloisgruppe über einem gegebenen Differentialkörper vorkommt und ob eine explizite Differentialgleichung für diese angegeben werden kann. In diesem Vortrag werden wir die klassischen Gruppen $\mathrm{SL}_{l+1}(C)$, $\mathrm{SP}_{2l}(C)$, $\mathrm{SO}_{2l+1}(C)$, $\mathrm{SO}_{2l}(C)$, d.h. die Gruppen vom Lie-Typ A_l, B_l, C_l, D_l, und die Gruppe G_2 ($l = 2$) betrachten. Für diese werden wir explizite lineare Parametergleichungen

$$y^{(n)} - \sum_{i=0}^{n-1} a_i(\mathbf{t})y^{(i)} = 0 \quad (a_i(\mathbf{t}) \in C\langle \mathbf{t}\rangle) \tag{2}$$

über dem von den l Differentialunbestimmten $\mathbf{t} = (t_1, \ldots, t_l)$ erzeugten Differentialgrundkörper $C\langle t_1, \ldots, t_l\rangle$ bestimmen.

Wir laden alle Interessierten herzlich ein.