Grundlagen der Geometrie (WS 00/01)
8. Aufgabenblatt

Aufgabe 19

In einer projektiven Ebene hat jedes Viereck drei (!) Diagonalpunkte; gilt (pF), so bilden sie ein Dreieck.

a) Untersuchen Sie die Frage nach Diagonalpunkten für Trapeze $\begin{bmatrix} A & B \\ D & C \end{bmatrix}$ $(AB \,||\, CD)$ in affinen Ebenen.

b) Formulieren Sie die Trapezkonstruktion für den Mittelpunkt eines Zweiecks in einer affinen Ebene. – Wann existiert er und ist unabhängig vom gewählten Trapez?

Aufgabe 20

In einer affinen Ebene mit Fano- und Desargues-Axiom ist ein Trapez $\begin{bmatrix} A & B \\ D & C \end{bmatrix}$ gegeben sowie ein weiterer Punkt E, der nicht auf BC liegt. Wir benennen die Geraden $d = DE$ und $c = CE$.
Zu jeder (?) Geraden x durch A konstruieren wir einen Punkt X wie folgt.

$$\begin{aligned} R &:= x \wedge d, \\ r &:= \text{Parallele zu } AB \text{ durch } R, \\ S &:= r \wedge c, \\ y &:= BS. \quad (\text{Ist } S \neq B\,?) \\ X &:= x \wedge y \quad (\text{falls } x \neq y \text{ ist}). \end{aligned}$$

Wo liegen alle diese Punkte X? [Euklid?]

Aufgabe 21

In einer affinen Ebene sei ein Vierseit mit sechs Ecken gegeben. Drei Paare von Ecken sind noch nicht verbunden. (Ihre Verbindungsgeraden bilden ein Dreiseit, wenn (pF-affin) gilt.) *Untersuchen* Sie die (gegenseitige) Lage der drei Mittelpunkte dieser drei Paare von Gegenecken. [So weit Sie kommen; wie gehen Sie vor?]

Abgabe: Montag, 18.12.2000.