

22. Oktober 2007. U. Schoenwaelder; <http://www.math.rwth-aachen.de/~Ulrich.Schoenwaelder> HB = Hochschulbibl. RWTH, HBZ = <http://www.hbz-nrw.de/> (HBZ-CD-ROM Online), MB = Mathematikbibl., DB = Didaktikbibl. (Winter), FH = Bibl. Fachhochschule Aachen, FL = Fernleihe, IB Nr. Institutsbibliothek Nr., LB = HB-Lehrbuchsammlung, LS = HB-Lesesaal

## LITERATUR ZU ZAHLEN (ALLGEMEINES UND ZAHLBEGRIFF)

- [1] B. Andelfinger, B. Bekemeier, and H. N. Jahnke. *Zahlbereichserweiterungen als Kernlinie des Lehrplans – Probleme und Alternativen*. IDM-Occasional Paper Nr. 31. IDM Bielefeld, 1983.
- [2] W. S. Anglin and J. Lambek. *The Heritage of Thales*. Graduate Texts in Mathematics. Undergraduate Texts in Mathematics: Readings in Mathematics. New York: Springer, 1995. MB: 17671. Part II, Ch. 1: The number system; Ch. 2: Natural numbers (Peano’s approach); Ch. 3: The integers; Ch. 4: The rationals; Ch. 5: The real numbers; Ch. 6: Complex numbers; Ch. 8: Quaternions.
- [3] B. Artmann. *Der Zahlbegriff*. Moderne Mathematik in elementarer Darstellung 19. Vandenhoeck & Ruprecht, 1983. ISBN 3-525-40544-8. HB: Bb1126-19+1. Mit historischen Hinweisen.
- [4] Thomas Bedürftig and Roman Murawski. Alte und neue Ansichten über Zahlen – aus der Geschichte des Zahlbegriffs. *Mathematische Semesterberichte*, 51(1):7–36, 2004. HB: Z1538-51.
- [5] W. Borko. *Lebendige Zahlen*. 1981. MB: 11317 (Verlustliste 1996).
- [6] J. F. Budden. *Zahlensysteme und Rechenautomaten*. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1972. MB:.
- [7] Brian Butterworth. *What counts: how every brain is hardwired for math*. New York, NY: Free Press, 1999. ISBN 0-684-85417-1. SWB. Zahlbegriff, Mathematische Begabung, Gehirn.
- [8] Brian Butterworth. *The Mathematical Brain*. London: Macmillan. Papermac, 2000. ISBN 0-333-73527-7, 0-333-76610-5. HBZ. Review by Helen Joyce at <http://plus.maths.org/issue19/reviews/book2/index.html>.
- [9] I. B. Cohen and W. W. Norton. *The Triumph of Numbers*. How Counting Shaped Modern Life, 2006. ISBN 0-393-05769-0. Statistics/History? HBZ.
- [10] L. W. Cohen and G. Ehrlich. *The Structure of the Real Number System*. The University Series in Undergraduate Mathematics. D. van Nostrand, 1963, 1977. MB: Sonderstandort Lst. A f. Math.
- [11] J. H. Conway and R. K. Guy. *The Book of Numbers*. Springer-Verlag, 1996. MB: 17923. S. 17: How numbers are written; S. 30: Square numbers; S. 33: Triangular numbers; polygonal numbers; tetrahedral numbers; sums of cubes; S. 68: Pascal’s triangle; S. 91: Bell numbers, Stirling numbers, Catalan numbers, Bernoulli numbers, Fibonacci numbers (sumflower) [see also S. 202]; S. 127: Primes; S. 146: Sums of two squares; S. 152: Farey fractions and Ford circles; S. 157: Fractions cycle into decimals; S. 171: Pythagorean fractions; S. 176: Continued fractions; S. 181: Geometric problems and algebraic numbers; S. 211: Complex numbers; Gaussian primes; Eisenstein primes; S. 230: Hamilton’s quaternions; S. 237: Some transcendental numbers:  $\pi$ , Liouville’s number,  $e$ , ...; S. 265: Infinite and infinitesimal numbers; S. 283: Surreal numbers; games.
- [12] R. Courant and H. Robbins. *Was ist Mathematik?* Springer-Verlag, <sup>4</sup>1992. MB: 16886. U. a.: Zahlen, Zahlkörper.
- [13] T. Dantzig. *Number: the Language of Science*. 1930. HBZ.
- [14] Jean-Marie De Koninck and Armel Mercier. *1001 Problems in Classical Number Theory*. AMS, 2007. ISBN 978-0-8218-4224-9. HBZ. For undergraduate and graduate students.
- [15] R. Dedekind. *Stetigkeit und irrationale Zahlen*. Vieweg, <sup>2</sup>1892. MB: 4580.
- [16] R. Dedekind. *Was sind und was sollen die Zahlen?* Vieweg, <sup>2</sup>1893. MB: 4580 (hinten angeheftet).
- [17] S. Dehaene. *Der Zahlensinn oder Warum wir rechnen können*. Birkhäuser, 1999. MB: 18780. HB: BB5054. Englisch: Penguin Paperback 1999; ISBN: 0-14-026134-6; Review by Helen Joyce at <http://plus.maths.org/issue19/reviews/book2/index.html>.
- [18] K. Denecke and K. Todorov. *Algebraische Grundlagen der Arithmetik*. Berliner Studienreihe zur Mathematik 4. Helder-mann Verlag, Berlin, 1994. MB: 17179. ISBN 3-88538-104-4.
- [19] Marcus du Sautoy. *Die Musik der Primzahlen. Auf den Spuren des größten Rätsels der Mathematik*. München: C. H. Beck, 2004. HBZ.
- [20] H.-D. Ebbinghaus, H. Hermes, F. Hirzebruch, M. Koecher, K. Mainzer, J. Neukirch, A. Prestel, and R. Remmert. *Zahlen*. Grundwissen Mathematik 1. Springer-Verlag, 1983, <sup>2</sup>1988. ISBN 3-540-12666-X, 0-387-12666-X; 3-540-19486-X, 0-387-19486-X. HB: BB1561-1+1, BB1561-1+2. MB: 12139, 12165, 14614. Es gibt eine englische Übersetzung. Rev.: PM 26:12 (1984), 384.
- [21] H.-D. Ebbinghaus, H. Hermes, F. Hirzebruch, M. Koecher, K. Mainzer, J. Neukirch, A. Prestel, and R. Remmert. *Numbers*. GTM Readings in Mathematics. Springer-Verlag, 1990. MB: 15395. Übersetzung aus dem Deutschen.
- [22] J. Piaget et al., editor. *Rechenunterricht und Zahlbegriff: die Entwicklung des kindlichen Zahlbegriffs und ihre Bedeutung für den Rechenunterricht*, Theorie und Praxis in der Schule 7. Braunschweig: Westermann, 1964, <sup>3</sup>1967, <sup>4</sup>1970. HBZ 290, 361, 465, 467, 468, 929; 61; 361. Vgl. [49, 50]. Enthält [66].
- [23] S. Feferman. *The Number Systems. Foundations of Algebra and Analysis*. Addison-Wesley, 1964. MB: 2919.
- [24] W. Felscher. *Naive Mengen und abstrakte Zahlen, Band I–III*. BI, 1978. HB: Bb1413\*. MB: 9656 a–c. Band I: Die Anfänge der Mengenlehre und die natürlichen Zahlen. Band II: Die Struktur der algebraischen und der reellen Zahlen. Band III: Transfinite Methoden.
- [25] U. Friedrichsdorf and A. Prestel. *Mengenlehre für den Mathematiker*. vieweg studium, Grundkurs Mathematik, Band 58. Vieweg, 1985. HB: Bb1633, MB:? Zahlen, Ordinalzahlen, Kardinalzahlen.

- [26] Karen C. Fuson and James W. Hall. The acquisition of early number word meanings: a conceptual analysis and review. In Herbert P. Ginsburg, editor, *The Development of Mathematical Thinking*, pages 50–107. Academic Press, 1983. HB: Ab9466. Vgl. [56, 58].
- [27] Midhat J. Gazalé. *Number: From Ahmes to Cantor*. Princeton Univ. Press, 2000. ISBN 0-691-00515-X. HBZ. Reviewed in *Convergence* by Frank J. Swetz. Inhalt:  
1 The Genesis of the Number System. 2 Positional Number Systems. 3 Divisibility and Number System (The Fundamental Theorem of Arithmetic). 4 Real Numbers (.. Pyth. Triples ..). 5 Continued Fractions [S. 185-198]. 6 Cleavages (.. Mediant ..) [S. 199-256]. 7 Infinity.
- [28] Helmuth Gericke. *Geschichte des Zahlbegriffs*. BI-Hochschultaschenbücher 172/172a. Mannheim: BI, 1970. HB: Za5069-172. MB: 7728.
- [29] Helmuth Gericke. Zur Geschichte des Zahlbegriffs. *Mathematisch-Physikalische Semesterberichte*, 18:161–173, 1971. HB: Z1538-18/19.
- [30] Heinz Griesel. Welche Bedeutung kommt der Mengen- bzw. Zahlinvarianz beim Aufbau des Rechnens zu? In Herbert Henning, editor, *Mathematik lernen durch Handlung und Erfahrung: Festschrift zum 75. Geburtstag von Heinrich Besuden*, pages 55–62. Oldenburg: Bültmann & Gerriets, 1999. ISBN 3-928076-09-4. HBZ.
- [31] H. B. Griffiths and P. J. Hilton. *Klassische Mathematik in zeitgemäßer Darstellung. Band 3: Das Zahlensystem, Topologie und Analysis, Logik und Kategorien*. Studia Mathematica / Mathematische Lehrbücher. Vandenhoeck & Ruprecht, 1978. MB: 8807 c. Teil VI: Aufbau des Zahlensystems und Topologie, Kap. 23 und 24.
- [32] U. Hebisch and J. Weinert. *Halbringe. Algebraische Theorie und Anwendungen in der Informatik*. Teubner Studienbücher. Teubner, 1993. HB: BB1912. MB: 16878.
- [33] N. Herscovics and J. C. Bergeron. Models of understanding. *Zentralbl. f. Didaktik der Mathematik*, 15(2):75–83, 1983. Abstract: MATHDI 1983d.09818 (Hybridmodell, different levels of understanding, illustrated in the analysis of the construction of the number concept.) The four levels of understanding can be considered as cognitive objectives of instruction.  
Understanding the concept of number: 1. Intuition; 2. Procedural understanding; 3. Abstraction; 4. Formalization with two phases of Abstraction: first phase: mastery of the procedures and a certain anticipation regarding their applicability; second phase: construction of invariants (order, configuration of objects to be counted do not matter).
- [34] J. E. Hofmann. Zur Entwicklung des Zahlbegriffs. *Der Mathematikunterricht*, 1(4):5–21, 1955. HB: Z5577-1/2. Allgemeine Literatur; Namensverzeichnis und ergänzende Literatur über die einzelnen aufgeführten Autoren.
- [35] Edmund G. Husserl. *Über den Begriff der Zahl: psychologische Analysen (Habilitationsschrift .. zu seiner .. den 24. October 1887, .. stattgefundenen Antrittsvorlesung über Ziele und Aufgaben der Metaphysik)*. Halle-Wittenberg: Univ., 1887. Habilitationsschrift, 64 Seiten. BVB: München.
- [36] H. N. Jahnke. Zahlen und Größen: Historische und didaktische Bemerkungen. *Mathematische Semesterberichte*, 28:202–229, 1981. HB: Z1538.
- [37] H. N. Jahnke, H. Steinbring, and D. Vogel. Zahlbegriff und Rechenfertigkeit. Zur Problematik der Entwicklung wissenschaftlicher Begriffe. *Educational Studies in Mathematics*, 6:213–252, 1975. Fernleihe.
- [38] H. N. Jahnke, H. Steinbring, and D. Vogel. Zur Problematik der Zahlbegriffsentwicklung. *Zeitschrift für Pädagogik*, 21(1):1–18, 1975. HB: Z1831-21,1. S. 1: Die didaktische Diskussion .. hat zu zwei wesentlichen Einsichten geführt: erstens, daß die Lösung der mit dem Rechenunterricht verbundenen Probleme nur in einer Ausdehnung der Erkenntnistätigkeit der Kinder liegen kann und nicht in der Beschränkung auf das unmittelbare Training der Rechenfertigkeiten, und zweitens, daß das Problem der neuen Inhalte des MU in einem unlösbaren Zusammenhang mit den angestrebten neuen sozialen Verhaltensweisen im Unterricht steht, .. [Hinweis auf Kirsch, Über Ziele der neuen Mathematik in der Schule (1974)].  
S. 14 unten: In der Tat ist es das Hauptproblem jeglichen Unterrichts, wie Begriffe über Tätigkeit entwickelt werden können ..
- [39] Robert Kaplan. *Die Geschichte der Null*. Frankfurt a. M.: Campus-Verlag, 2000. ISBN 3-593-36427-1. HB: BB5085. Originaltitel: The nothing that is.
- [40] A. Kirsch. *Elementare Zahlen- und Größenbereiche. Eine didaktisch orientierte Begründung der Zahlen und ihrer Anwendbarkeit*. Moderne Mathematik in Elementarer Darstellung 10. Vandenhoeck & Ruprecht, 1970. HB: Bb1126-10+1. Ohne reelle Zahlen. Rev. (I. Weidig): Math.-Phys. Semesterberichte 18 (1971), 269–271.
- [41] I. Kleiner and A. Shenitzer. Mathematical building blocks. *Mathematics Magazine*, 66(1):3–13, 1993. HB: Z167-66.
- [42] T. W. Körner. *Mathematisches Denken: Vom Vergnügen am Umgang mit Zahlen*. Birkhäuser, 1998. ISBN 3-7643-5833-5. MB: 18779. Englisch Original: The Pleasures of Counting, Cambridge Univ. Press, 1996, ISBN 0-521-56078-X hb, 0-521-56823-4 pb. <http://www.dpmms.cam.ac.uk/twk/>.
- [43] Katja Krüger and Michaela Scharloth. Weiterzählen, Verdoppeln, Halbieren. Ägyptische Rechenverfahren in der Lehrerbildung und -fortbildung. *Math. Schule*, 37(4):235–240, 1999. HB: Z5724-37.
- [44] Günther Malle. Zahlen fallen nicht vom Himmel. Ein Blick in die Geschichte der Mathematik. *mathematik lehren*, 142:4–11, 2007. Basisartikel im Band „Auf dem Weg zu neuen Zahlen“.
- [45] Gottfried Martin. *Klassische Ontologie der Zahl*. Kantstudien: Ergänzungshefte 70. Kln: Kln Univ.-Verl., 1956. HB: Aa6379-70+1.
- [46] G. Messerle. *Zahlbereichserweiterungen*. Mathematik für die Lehrerbildung. Teubner, 1975. HB: Ka6210. Didaktische Sicht.
- [47] A. Oberschelp. *Aufbau des Zahlensystems*. Moderne Mathematik in Elementarer Darstellung 7. Vandenhoeck & Ruprecht, 1968, <sup>3</sup>1976. HB: Bb1126-7+3 LB. MB: 8611. Rev.: MPSB 16 (1969), 253.
- [48] Eugen Ochsenreither, editor. *Aufbau des Zahlensystems*, Der Mathematikunterricht 1. Stuttgart: Ernst Klett Verlag, Heft 4 1955. HB: Z5577-1/2. Enthält die folgenden Aufsätze: 4: Eugen Ochsenreither: Zur Einführung; 5-21: J. E. Hofmann:

- Zur Entwicklung des Zahlbegriffs; 22-31: Hans Minning: Die Vektoren als Hilfsmittel zur Einführung der Rechenregeln für relative Zahlen; 32-36: Erwin Geck: Die negativen Zahlen; 37-49: Peter Paul Konder: Einführung der Irrationalzahl durch Folgen; 49-64: Eugen Ochsenreither: Methodische Vorschläge zur Behandlung der komplexen Zahlen im Unterricht der Prima; 64-88: Max Enders: Pfeil und Leiter als Grundbegriffe des arithmetischen Unterrichts.
- [49] J. Piaget and A. Szeminska. *La Genèse du Nombre chez l'Enfant*. Collection d'actualités pédagogiques. Delachaux & Niestlé, 1941. HBZ 61, 468, 929. Vgl. [50, 22].
- [50] J. Piaget and A. Szeminska. *Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde*. Gesammelte Werke/Jean Piaget, Bd. 3. Stuttgart: Klett, 1975. ISBN 3-12-929130-X. HB: AA9053-3+1. Inst. 603 (EB): Ps4066, 612 (Soziologie): 1032/297-3.
- [51] A. Prestel. *Einführung in die Mathematische Logik und Modelltheorie*. vieweg studium Aufbaukurs Mathematik 60. Vieweg, 1986. HB: Bb1671. §4.2: Angeordnete Körper, §4.3: Bewertete Körper.
- [52] H. Rademacher. *Higher Mathematics from an Elementary Point of View*. Birkhäuser, 1983. MB: 11814. Ch. 1: Prime Numbers, Ch. 2: Decomposition of Numbers into Prime Factors, Ch. 3: Common Fractions, Ch. 4: Order of Fractions (Farey fractions), Ch. 5: Decimal Fractions (Perioden), Ch. 7: On the Approximation of Irrational Numbers by Rational Numbers, Ch. 8: The Ford Circles (Kettenbrüche), Ch. 9: On Linear Transformations – The Modular Group.
- [53] H. Rademacher and O. Toeplitz. *Von Zahlen und Figuren. Proben mathematischen Denkens für Liebhaber der Mathematik*. Springer, 1930, 1933; <sup>2</sup>2001. MB: 3009.
- [54] Hellgard Rauh. *Entwicklungspsychologische Analyse kognitiver Prozesse. Der Zahlbegriff bei 4- bis 7jährigen Kindern*. Theorie und Praxis der Schulpsychologie 15. Weinheim: Beltz, 1972. Diss. Bonn 1971. HBZ.
- [55] K. Reiss and G. Schmieder. *Basiswissen Zahlentheorie. Eine Einführung in Zahlen und zahlbereiche*. Mathematik für das Lehramt. Springer, 2005, <sup>2</sup>2007. ISBN 978-3-540-21248-5. HB: B01300 LS, BB5143. Front Matter I-XIV; Grundlagen und Voraussetzungen 1-19; Natürliche Zahlen 21-64; Zahlendarstellungen und Stellenwertsysteme 65-88; Teilbarkeit und Primzahlen 89-116; Teiler und Vielfache 117-141; Ganze Zahlen 143-167; Restklassen 169-196; Lineare und quadratische Kongruenzen 197-224; Teilbarkeit in Integritätsringen 225-263; Rationale Zahlen 265-303; Reelle Zahlen 305-334; Komplexe Zahlen 335-364; Zahlentheoretische Funktionen 365-383; Anwendungen der elementaren Zahlentheorie 385-407; Back Matter 409-466.
- [56] Lauren B. Resnick. A developmental theory of number understanding. In Herbert P. Ginsburg, editor, *The Development of Mathematical Thinking*, pages 109–151. Academic Press, 1983. HB: Ab9466. Vgl. [26, 58].
- [57] J. Roberts. *Lure of the Integers*. MAA, 1992. Has on page  $n$  all of the interesting properties of the integer  $n$ .
- [58] Geoffrey B. Saxe and Jill K. Posner. The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives. In Herbert P. Ginsburg, editor, *The Development of Mathematical Thinking*, pages 291–317. Academic Press, 1983. HB: Ab9466. Vgl. [26, 56].
- [59] K. Seebach. Zahlenbereichserweiterungen mit Hilfe von Operatoren. *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht*, 24:142–145, 1971. HB: Z848-24.
- [60] D. D. Spalt. Die Zahlen als gesellschaftliche Schöpfung – Bemerkungen zur Ontologie der Mathematik. *Der Mathematikunterricht*, 33(2):41–50, 1987. HB: Z5577.
- [61] Leslie P. Steffe. *Children's Counting Types: Philosophy, Theory, and Application*. Praeger special studies: Praeger scientific. New York, NY: Praeger, 1983. HBZ.
- [62] I. Stewart and D. Tall. *The Foundations of Mathematics*. Oxford University Press, 1977. MB: 9490, HB: Bb1480.
- [63] R. Strehl. *Zahlbereiche*. Herder, Freiburg, 1972.
- [64] Rudolf Taschner. *Der Zahlen gigantische Schatten: Mathematik im Zeichen der Zeit*. Wiesbaden: Vieweg, <sup>3</sup>2005. ISBN 3-8348-0117-8. HBZ. Rev.: Hans Schupp, DMV-Mitteilungen 13:4 (2005), 260: Originelle Kulturgeschichte der Zahlen. Pythagoras: Zahl und Symbol; Bach: Zahl und Musik; Hofmannsthal: Zahl und Zeit; Descartes: Zahl und Raum; Leibniz: Zahl und Logik; Laplace: Zahl und Politik; Bohr: Zahl und Materie; Pascal: Zeit und Geist.
- [65] Andreas Ulovec. Wenn sich Vorstellungen wandeln. Ebenen der Zahlbereichserweiterungen. *mathematik lehren*, 142:14–16, 2007. Artikel im Band „Auf dem Weg zu neuen Zahlen“.
- [66] Pierre M. van Hiele. Piagets Beitrag zu unserer Einsicht in die kindliche Zahlbegriffsbildung. In J. Piaget et al., editor, *Rechenunterricht und Zahlbegriff: die Entwicklung des kindlichen Zahlbegriffs und ihre Bedeutung für den Rechenunterricht*, Theorie und Praxis in der Schule 7. Braunschweig: Westermann, 1964. HBZ 290, 361, 465, 467, 468, 929; 61; 361. Vgl. [49, 50].
- [67] H.-J. Vollrath. *Algebra in der Sekundarstufe*. Lehrbücher und Monographien zur Didaktik der Mathematik 32. BI, 1994. HB: Kb5084-32. ISBN 3-411-17491-9. Kapitel II: Zahlen.
- [68] H.-J. Vollrath. Modelle langfristigen Lernens von Begriffen im Mathematikunterricht. *Mathematik in der Schule*, 33:460–472, 1995. HB: Z5724-33. Von Metaphern zu Modellen des Lernens. Beispiel Zahlbegriffe.
- [69] Rudolf vom Hofe. *Grundvorstellungen mathematischer Inhalte*. Texte zur Didaktik der Mathematik. Heidelberg: Spektrum, Akad. Verlag, 1995. ISBN 3-86025-670-X. HeBIS. Nach Diss. Kassel 1994. Es werden anhand von zahlreichen Beispielen aus dem Arithmetikunterricht und dem Gebiet der Zahlenbereichserweiterung neue Möglichkeiten zur Anwendung aufgezeigt.
- [70] Rudolf vom Hofe and Günther Malle, editors. *Auf dem Weg zu neuen Zahlen*, number 142 in *mathematik lehren*. Seelze: Friedrich Verlag, 2007. Rationale Zahlen, negative Zahlen, Zahlbereichserweiterung.