G. Nebe, M. Künzer

Diskrete Strukturen, SS 06

Konventionen bzgl. bestimmter endlicher Körper

Ist nichts anderes vereinbart, so gelten folgende Bezeichnungen.

- Es ist $\mathbf{F}_4 := \mathbf{F}_2[X]/(X^2+X+1)$. Es ist $\omega := [X]_{X^2+X+1}$.
- Es ist $\mathbf{F}_8 := \mathbf{F}_2[X]/(X^3+X+1)$. Es ist $\beta := [X]_{X^3+X+1}$.
- Es ist $\mathbf{F}_{16} := \mathbf{F}_2[X]/(X^4+X+1)$. Es ist $\gamma := [X]_{X^4+X+1}$.
- Es ist $\mathbf{F}_9 := \mathbf{F}_3[X]/(X^2+1)$. Es ist $\iota := [X]_{X^2+1}$.

In anderen Worten, wir haben folgendes.

In

$$\mathbf{F}_4 \;=\; \{s+t\omega \;:\; s,\,t \,\in\, \mathbf{F}_2\} \;=\; \{0,\,1,\,\omega,\,1+\omega\}$$

ist $2=0$ und $\omega^2+\omega+1=0$.

In

$$\mathbf{F}_8 \;=\; \{s+t\beta+u\beta^2 \;:\; s,\,t,\,u \,\in\, \mathbf{F}_2\} \;=\; \{0,\,1,\,\beta,\,\beta+1,\,\beta^2,\,\beta^2+1,\,\beta^2+\beta,\,\beta^2+\beta+1\}$$

ist $2=0$ und $\beta^3+\beta+1=0$.

In

$$\mathbf{F}_{16} \;=\; \{s+t\gamma+u\gamma^2+v\gamma^3 \;:\; s,\,t,\,u,\,v \,\in\, \mathbf{F}_2\} \;=\; \{0,\,1,\,\gamma,\,\ldots,\,\gamma^3+\gamma^2+\gamma+1\}$$

ist $2=0$ und $\gamma^4+\gamma+1=0$.

In

$$\mathbf{F}_9 \;=\; \{s+t\iota \;:\; s,\,t \in \mathbf{F}_3\} \;=\; \{0,\,1,\,-1,\,\iota,\,\iota+1,\,\iota-1,\,-\iota,\,-\iota+1,\,-\iota-1\}$$

ist $3=0$ und $\iota^2+1=0$.

Ganz ähnlich ja bekanntlich der Körper der komplexen Zahlen. In

$$\mathbf{C} \;=\; \{s+t\mathrm{i} \;:\; s,\,t \,\in\, \mathbf{R}\}$$

ist $\mathrm{i}^2+1=0$. Dies erklärt sich durch die mögliche Definition als $\mathbf{C} = \mathbf{R}[X]/(X^2+1)$, wobei $\mathrm{i} := [X]_{X^2+1}$.