G. Nebe, M. Künzer

Keine Abgabe.

Diskrete Strukturen, SS 06

Blatt 14

Dieses Blatt dient zur Klausurvorbereitung. Es wird nicht gewertet. Eine Lösung wird ins Netz gestellt werden.

Aufgabe 53.

Sei $q = 9$. Sei C der Code über $\mathbf{F}_9$ mit der Erzeugermatrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \iota & \iota & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -\iota & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & \iota & 1 & -1 \end{pmatrix}$

(1) Bestimme die Länge N, die Dimension k, eine Prüfmatrix und den Minimalabstand d von C.

(2) Bestimme für dieses q, dieses N und dieses d die Hammingschranke und die Gilbert-Varshamov-Schranke. Muß k unter der Hammingschranke liegen? Muß k über der Gilbert-Varshamov-Schranke liegen?

Aufgabe 54.

(1) Bestimme für den binären Reed-Muller-Code $\mathcal{R}(r, m)$ für alle $m \in \{0, 1, 2, 3\}$ und alle $0 \le r \le m$ je eine Erzeugermatrix.

(2) Welche der in (1) erhaltenen Codes mit $0 \le r < m$ sind bis auf Äquivalenz zueinander dual?

(3) Vergleiche in den Fällen mit $0 < r < m$ jeweils die Dimension von $\mathcal{R}(r, m)$ mit der Hammingschranke und mit der Gilbert-Varshamov-Schranke.

Aufgabe 55.

Sei $N \ge 1$. Seien C und C' lineare Codes der Länge N über $\mathbf{F}_2$. Schreibe allgemein $M(C) := \{c \in C \ : \ w(c) = d(C)\}$ für die Menge der Wörter aus C, deren Gewicht den Minimalabstand annimmt.

Zeige oder widerlege.

(1) Ist $d(C') > 2d(C)$, so ist $|M\big((C|C')\big)| = |M(C)|$.

(2) Ist $d(C') = 2d(C)$, so ist $|M\big((C|C')\big)| \ge |M(C)| + |M(C')|$.

(3) Ist $d(C') = 2d(C)$, so ist $|M\big((C|C')\big)| = |M(C)| + |M(C')|$.