

G. Nebe, M. Künzer

Abgaben. M: bis Donnerstag, den 15.06.06, 23:59. S: bis **Mittwoch**, den 14.06.06, 19:00.

Diskrete Strukturen, SS 06

Blatt 9

Aufgabe 35 (M, 3 Punkte).

- (1) Es ist \mathbf{F}_4 ein Teilkörper von \mathbf{F}_{32} .
- (2) Es ist \mathbf{F}_8 ein Teilkörper von \mathbf{F}_{32} .
- (3) Bestimme die Anzahl der Teilkörper von $\mathbf{F}_{5^{12}}$.

Aufgabe 36 (M, 4 Punkte).

Sei M die Erzeugermatrix eines linearen Codes C über dem Körper K .

- (1) Sei $K = \mathbf{F}_2$. Sei $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Bestimme den Minimalabstand $d(C)$.
- (2) Sei C wie in (1). Bestimme die Informationsrate $r(C)$ (als Dezimalzahl angeben).
- (3) Sei $K = \mathbf{F}_4$. Sei $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & \omega & \omega^2 \end{pmatrix}$. Bestimme den Minimalabstand $d(C)$.
- (4) Sei C wie in (3). Bestimme die Informationsrate $r(C)$ (als Dezimalzahl angeben).

Aufgabe 37 (S, 2+2+1 Punkte).

Betrachte \mathbf{F}_{16} . Kürze $F := \text{Frob}_2$ ab. Es ist $\mathbf{F}_{16} \xrightarrow{F} \mathbf{F}_{16}$, $\xi \mapsto \xi^2$.

- (1) Berechne $F^i(\xi)$ für alle $\xi \in \mathbf{F}_{16}$ und alle $1 \leq i \leq 4$ in einer Darstellung bzgl. der \mathbf{F}_2 -Basis $(1, \gamma, \gamma^2, \gamma^3)$.
- (2) Bestimme $K_i := \{\xi \in \mathbf{F}_{16} : F^i(\xi) = \xi\}$ für $1 \leq i \leq 4$.
(Probe: die Resultate für K_1 und für K_4 sollten nicht überraschen.)
- (3) Gib einen Isomorphismus von \mathbf{F}_4 zu einem 4-elementigen Teilkörper von \mathbf{F}_{16} an.

Aufgabe 38 (S, 4 Punkte).

Bestimme Zechlogarithmen für \mathbf{F}_8 . D.h. schreibe $\mathbf{F}_8^* = \langle \xi \rangle$ für ein ξ und bestimme für jedes $0 \leq k \leq 6$ das $\ell(k)$ mit $\xi^k + 1 = \xi^{\ell(k)}$, so existent. Erstelle eine Tabelle mit den Werten von $\ell(k)$. Verwende diese Tabelle, um $\xi^3 + \xi^5$ wieder als Potenz von ξ mit einem Exponenten zwischen 0 und 6 zu schreiben. Vergleiche mit einer direkten Rechnung.