G. Nebe, M. Künzer

Diskrete Strukturen, SS 06

Platzaufgaben 1

Aufgabe 1.

(1) Auf wieviele Arten kann man 4 Kugeln aus 6 Kugeln ziehen, wenn man jeweils nicht wieder zurücklegt und auf die Reihenfolge achtet? Begründe die angewandte Formel.

(2) Auf wieviele Arten kann man 4 Kugeln aus 6 Kugeln ziehen, wenn man jeweils wieder zurücklegt und nicht auf die Reihenfolge achtet? Begründe die angewandte Formel.

(3) Auf wieviele Arten kann man 4 Kugeln aus 6 Kugeln ziehen, wenn man jeweils nicht wieder zurücklegt und nicht auf die Reihenfolge achtet? Begründe die angewandte Formel.

Aufgabe 2.
Sei T eine Menge mit $|T| = 20$. Seien $K,\ L \subseteq T$ mit $|K| = |L| = 6$ und $K \cap L = \emptyset$.

(1) Bestimme $|\{Z \subseteq T \ :\ |Z| = 6,\ |Z \cap K| = 2\}|$.

(2) Bestimme $|\{Z \subseteq T \ :\ |Z| = 6,\ |Z \cap K| = 2,\ |Z \cap L| = 2\}|$.

Aufgabe 3.
Sei $n \geq 1$. Schreibe $T := \{1, \ldots, n\}$.

(1) Bestimme $|\{(z, Z) \in T \times \mathrm{Pot}(T) \ :\ z \in Z\}|$.

(2) Sei $0 \leq k \leq n$. Bestimme $|\{(z, Z) \in T \times \mathrm{Pot}(T) \ :\ z \in Z,\ |Z| = k\}|$.

(3) Zeige, daß $\sum_{k=0}^{n} k \binom{n}{k} = n2^{n-1}$.
(Hinweis: Schreibe die in (1) betrachtete Menge als disjunkte Vereinigung derer in (2).)

Aufgabe 4. Sei M eine beliebige, möglicherweise unendliche Menge. Zeige, daß es keine Surjektion $M \xrightarrow{f} \mathrm{Pot}(M)$ geben kann. (Hinweis: Nehme an, doch. Wähle $x \in M$ so, daß $f(x) = \{m \in M \ :\ m \notin f(m)\}$. Leite Widerspruch ab.)