G. Nebe, M. Künzer Abgabe am 13.01.06.

Quadratische Formen, WS 05/06

Blatt 9

Aufgabe 31 (4 Punkte).

Sei $F := \langle e_1 - e_3,\ e_1 - e_2 + e_3 - e_4 \rangle_{\mathbf{Z}}$ in A_4. Zeige, daß F ein primitiver Teilmodul von A_4 ist. Verifiziere die Gleichung $(\det F)(\det A_4) = c^2 \det(F^{\perp})$ mit einem geeigneten Teiler c von $\det A_4$.

Aufgabe 32 (9 Punkte).

Bestimme Basen und Grammatrizen für $\tilde{D}_n$ für $n \geq 2$ gerade, für E_7 und für E_6.

Aufgabe 33 (2+8 Punkte).

Zeige.

(1) $E_8 \not\simeq I_8$.

(2) $E_8 \perp \langle -1 \rangle \simeq I_8 \perp \langle -1 \rangle$.

Aufgabe 34 (3 Punkte).

Sei p prim. Berechne in der Form $\sum_{i \geq 0} a_i p^i \in \mathbf{Z}_p$ mit $a_i \in [0, p-1]$. Probe!
(Hinweis: Betrachte $\sum_{i \geq 0} p^{ki}$ für $k \geq 1$.)

(1) $1/2 \in \mathbf{Z}_7$.

(2) $1/3 \in \mathbf{Z}_5$.

(2) $1/13 \in \mathbf{Z}_5$.

Aufgabe 35 (6 Punkte).

Gefragt sei jeweils ein Beweis für die Anzahl der verschiedenen Nullstellen und eine Näherung 6-ter Ordnung jeder Nullstelle.

(1) Finde alle Nullstellen von $X^3 + X$ in $\mathbf{Z}_2$.

(2) Finde alle Nullstellen von $X^4 - X^2 + 1$ in $\mathbf{Z}_{13}$.

(3) Finde alle Nullstellen von $X^3 + 2X^2 - 2X + 4$ in $\mathbf{Z}_2$.