Lineare Algebra II (Lehramt) – Übungsblatt 4
Besprechung: Fri, 03.02.2017

1. Gegeben seien

$$A = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad x_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

   Bestimmen Sie $\lim_{t\to\infty} A^t x_0$.

2. Gegeben seien linear unabhängige Vektoren $a, b \in \mathbb{R}^2$. Zeigen Sie, dass das von a, b aufgespannte Parallelogramm die Fläche $|[a, b]|$ hat.

3. Gegeben sei ein Dreieck mit den Eckpunkten $A = (0, 0)$, $B = (b, 0)$ und $C = (c_1, c_2)$, wobei $b, c_2 > 0$. Bestimmen Sie die Fläche, den Schwerpunkt und den Umkreismittelpunkt des Dreiecks in Abhängigkeit von b, c_1, c_2!

4. Gegeben sei ein rechtwinkliges Dreieck mit den Eckpunkten $A = (0, 0)$, $B = (b, 0)$ und $C = (0, c)$, wobei $b, c > 0$. Warum kann man oBdA annehmen, dass die Koordinaten der Eckpunkte die angegebene Form haben?

   (a) Bestimmen Sie die drei Seitenmittelpunkte sowie den Kreis K, der durch diese drei Punkte verläuft.

   (b) Bestimmen Sie den Fußpunkt F der Höhe auf die Hypotenuse. Zeigen Sie, dass F auf der Verbindungsstrecke von B und C liegt.

   (c) Zeigen Sie, dass A und F auf dem Kreis K liegen.

   Bemerkung: Auch in nicht-rechtwinkligen Dreiecken liegen die Seitenmittelpunkte und die Fußpunkte der Höhen auf einem Kreis, der Feuerbach-Kreis genannt wird.