G. Nebe, M. Kirschmer Abgabe am 18.11.2008.

Gitter und Codes, WS 08/09

Blatt 5

Aufgabe 1 (5=2+2+1 Punkte).
Sei $f(X) = X^3 + X^2 + 1 \in \mathbb{F}_2[X]$. Es ist $g(X) := (X^7 - 1)/f(X) = X^4 + X^3 + X^2 + 1$. Sei C der zyklische Code der Länge 7 mit Erzeugerpolynom $f(X)$.

(a) Bestimme den designierten Minimalabstand von C.

(b) Bestimme den Minimalabstand $d(C)$ und vergleiche mit dem designierten Minimalabstand von C.

(c) Ist die Hammingschranke für $d = d(C)$ und $N = 7$ scharf?

Aufgabe 2 (2 Punkte). Bestimme den designierten Minimalabstand eines zyklischen Codes der Länge 11 und Dimension 6 über $\mathbb{F}_3$.

Aufgabe 3 (8=2+2+4 Punkte).
Sei C der zyklische Code der Länge 15 über $\mathbb{F}_4$ mit Erzeugerpolynom

$$g(X) = X^7 + X^6 + \omega^2 X^4 + X^2 + \omega X + \omega \ \in \ \mathbb{F}_4[X] \, .$$

wobei $\omega^2 + \omega + 1 = 0$.

(a) Codiere $(0, 1, 0, 0, 0, \omega, 0, 0)$ mit der Division-mit-Rest-Methode.

(b) Wieviele Übertragungsfehlern können beim Unvollständigen Decodieren korrigiert werden?

(Hinweis: Bestimme den designierten Minimalabstand. Betrachte dazu $g(X)$ über $\mathbb{F}_{16}$.)

(c) Decodiere $(0, 1, 0, \omega^2, 0, \omega, 0, 0, 0, \omega, 0, \omega^2, 0, \omega^2, 1)$ mit dem Unvollständigen Decodierer, so möglich.

Aufgabe 4 (6=3+3 Punkte).
Sei C der $\mathbb{F}_3$-lineare Code mit Erzeugermatrix $\left(\begin{smallmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \end{smallmatrix}\right)$.

(a) Bestimme die vollständigen Gewichtszähler von C und $C^{\perp}$.

(b) Bestimme die Hamming Gewichtszähler von C und $C^{\perp}$.