G. Nebe, M. Kirschmer Abgabe am 13.01.2009.

Gitter und Codes, WS 08/09

Blatt 11

Aufgabe 1 (12=3+3+3+3 Punkte).
Zeige, daß es in den folgenden Fällen bis auf Permutationsäquivalenz nur einen selbstdualen Code in $\mathbb{F}_\ell^{1\times n}$ gibt wobei

(a) $n = 2$ und $\ell \equiv_4 1$ eine Primzahlpotenz.

(b) $n = 4$ und $\ell = 5$.

(c) $n = 4$ und $\ell = 3$.
(Hinweis: Betrachte den Code C mit Erzeugermatrix $\left(\begin{smallmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{smallmatrix}\right)$.)

(d) $n = 8$ und $\ell = 3$.
(Hinweis: Betrachte $\{(c, d) \mid c, d \in C\}$.)

Aufgabe 2 (8=4+4 Punkte).
Sei ℓ eine Primzahlpotenz.

(a) Bestimme $|O_{2m}^-(\mathbb{F}_\ell)|$.

(b) Bestimme $|O_{2m+1}(\mathbb{F}_\ell)|$.

Aufgabe 3 (5=2+3 Punkte).
Sei K ein Körper und V ein endlich-dimensionaler K-Vektorraum. Weiter seien $s \in \mathbb{N}$ und $V_1, \ldots, V_s$ echte Teilräume von V. Ist K endlich, so sei ferner $s < |K|$ vorausgesetzt.

(a) Zeige $V \neq \bigcup_{i=1}^s V_i$.
(Hinweis: Induktion nach s. Im Induktionsschritt darf man annehmen, daß es ein $v \in V_s - \bigcup_{i=1}^{s-1} V_i$ und ein $w \in V_1 - V_s$ gibt. Nun zeigt man, daß es für jedes $1 \leq i \leq s$ höchstens ein $\lambda_i \in K$ gibt mit $w + \lambda_i v \in V_i$.)

(b) Folgere aus (a), daß $V = \langle V - \bigcup_{i=1}^s V_i \rangle$.