G. Nebe, M. Kirschmer Abgabe am 03.02.2009.

Gitter und Codes, WS 08/09

Blatt 14

Aufgabe 1 (6 Punkte).
Zeige, daß der quadratische $\mathbb{Q}_2$-Vektorraum $[1, 1, 1, 1]$ anisotrop und universell ist.

Aufgabe 2 (6 Punkte).
Sei (E, q) ein regulärer anisotroper quadratischer $\mathbb{Q}_p$-Vektorraum. Zeige, daß

$$L := \{v \in E \mid q(v) \in \mathbb{Z}_p\}$$

das einzige maximal ganze $\mathbb{Z}_p$-Gitter in (E, q) ist.

(Hinweis: Angenommen, es gibt $v, w \in L$ mit $i := v_p(b_q(v, w)) < 0$. Dann hat $f(X) := p^{-i} \cdot q(v + Xw) \in \mathbb{Z}_p[X]$ modulo p die Nullstelle $-\frac{q(v)}{b_q(v,w)}$. Lifte diese.)

Aufgabe 3 (7=4+3 Punkte).
Bestimme die Isometrieklassen und Geschlechter aller Gitter von Rang 2 mit Determinante d wobei

(a) $d = 15$.

(b) $d = 11$.